01.05.2019

Den pedagogiske mappen

Camilla Markhus Rodal
OSLOMET - STORBYUNIVERSITETET

Innholdsfortegnelse

Del 1: Pedagogisk profileringsdokument 1
Innledning 1
Pedagogisk CV - Min bakgrunn som underviser 2
Fag, skole og undervisning 3
Undervisningsrepertoar 4
Undervisningsformer 4
Veiledning og ulike vurderingsformer 7
Syn på undervisning og læring 8
Utvikling av utdannings- og undervisningskvalitet 10
Forankrede utviklingsarbeider 10
Andres vurderinger 11
Dokumentert pedagogisk utviklingsarbeid– en utforskende og vitenskapelig tilnærming til undervisning og læring 13
Den doble tallinjen - en didaktisk modell 13
'Oppdrag' i matematikk - om å koble teori og praksis 14
Matematikk i praksisopplæringen (MAPO) 15
Pilotprosjekt Nasjonal deleksamen i brøk 16
Forskning knyttet til Pilotprosjektet Nasjonal deleksamen i brøk 17
Nasjonalt forkurs i matematikk 17
Det reflekterte tilbakeblikket og veien videre 18
Del 2: Vedlegg 20

Del 1: Pedagogisk profileringsdokument

Innledning

Når noen spør hva jeg jobber som, svarer jeg «matematikklærer». Det er det jeg definerer meg som og som jeg er stolt av. Den formelle tittelen min er førstelektor i matematikk ved OsloMet – storbyuniversitetet, men sier jeg det til «mannen i gata» så får jeg spørsmålet «hva gjør du da?». Som førstelektor har jeg i tillegg til å være matematikklærer, 30 prosent forsknings- og utviklingsarbeid i stillingen min. Alle mine forskningsarbeid er knyttet opp til lærerutdanningene og skolen som praksisfelt. Min forskningstid bruker jeg dermed til å gjøre utdanningen bedre, styrke undervisningen, og ved å fordype meg i problemstillinger og forskningsartikler knyttet til profesjonen, bidrar det til at min undervisningskompetanse stadig utvikler seg. Kollegialt og institusjonsbyggende arbeid har også utgjort en viktig del av min jobb, ved at jeg har vært sentral i fagplanarbeid. Jeg har bidratt inn i utviklingsarbeidet for alle de 5 studieårene på utdanningen, parallelt med at jeg har sittet i lokale og nasjonale verv/utvalg som har hatt en fremtredende rolle i arbeidet med å styrke matematikkfaget i lærerutdanningen. Det kan være jeg blir spurt om å sitte i disse utvalgene fordi jeg ofte svarer ja og har god arbeidskapasitet, men jeg velger å tro det også er fordi jeg har faglig tyngde og oversikt innen mitt felt. De siste tre årene har jeg hatt en sentral rolle med å kvalitetssikre nettressursene som brukes nasjonalt på forkurset i matematikk for lærerutdanningen. Jeg ble valgt til å være OsloMet sin representant fra matematikkseksjonen til å lage emneplanen i piloten til Nasjonal deleksamen i matematikk, samt at jeg har sittet i eksamensgruppen som har utarbeidet og laget alle eksamensoppgavene og sensorveiledningene. Piloten er nå ferdig og jeg er blitt foreslått og utnevnt til å sitte som leder for gruppen som skal lage eksamensoppgaver for utdanningen 1-7. trinn i algebraisk tenkning, fra og med nå og ut 2020. I tillegg sitter jeg i en nasjonal gruppe som har fått i oppgave å gjennomføre et utredningsoppdrag knyttet til Kunnskapsdepartementets oppdragsbrev 06-18 til Utdanningsdirektoratet. Utdanningsdirektoratet har bedt om at Universitets- og høgskolerådet (UHR), på et overordnet nivå, utreder hva slags kompetanse lærere som er utdannet for 5. – 13. trinn vil trenge for å undervise elever på 1.– 4. trinn, samt vurderer hva slags utdanning som skal til for å gi dem den kompetansen de vil trenge. Etter drøfting i UHR-lærerutdannings arbeidsutvalg bad UHR-lærerutdannings leder, dekanen ved Universitetet i Agder om å lede prosjektet, samtidig som UHR-lærerutdanning oppnevnte fem prosjektmedlemmer fra andre institusjoner for å sikre bred forankring i arbeidet. Jeg er en av de fem oppnevnte prosjektmedlemmene og sitter i utvalget som representant for OsloMet og matematikkfaget i dette nasjonalt opprettede utvalget.

Pedagogisk CV - Min bakgrunn som underviser

Jeg startet som høgskolelektor ved Høgskolen i Oslo (HiO) høsten 2002, senere HiOA og nå OsloMet. I resten av dokumentet referer jeg til OsloMet, selv om det på den tiden het HiO/HiOA. Jeg har i løpet av arbeidsårene økt min kompetanse både som underviser og forsker og i 2017 fikk jeg opprykk til førstelektor. Kompetansen min har økt parallelt med at lærerutdanningene endret seg fra Allmennlærerutdanning (ALU 1-10. trinn), til en todelt Grunnskolelærerutdanning (GLU 1-7. trinn og GLU 5-10. trinn), for deretter å bli Universitet, parallelt med at vi fikk i mandat å utvikle og implementere de nye 5-årige masterutdanningene (MGLU) for alle lærerstudenter. I min praksis som lærerutdanner har størsteparten av mitt arbeid gått med på å undervise interne studenter og eksterne lærere gjennom ulike kurs vi tilbyr på OsloMet og jeg har i løpet av denne tiden undervist i nesten alle matematiske temaer vi tilbyr på lærerutdanningen. I min stilling har jeg vekslet mellom å bruke mine praksiserfaringer som lærer, samtidig som jeg gjennom FoU- arbeid har videreutviklet meg gjennom ulike og varierte utviklingsoppgaver, i tillegg til å forske selv og sette meg inn i andres forskning.

I mappen vil jeg vise til hvordan min praksis, undervisnings- og forskningserfaring kan anvendes på grunnutdanningen for lærere og i videreutdanning av studenter og lærere både i utdanningen, men også ute i praksisfeltet. Jeg har i hele min yrkeskarriere vært opptatt av trepartssamarbeidet mellom studenter – praksis – utdanning. I de fleste kurs jeg har undervist, har det vært en sterk tilknytning mellom teori og praksis. Kontakten til praksisfeltet har jeg hatt gjennom praksislærere og gjennom etter- og videreutdanningskurs for lærere. Møtearenaene har vært her på OsloMet og ute på skolene. Alle kurs jeg har vært med å utforme gjennom fagplanarbeid og som fagansvarlig, er forankret i fagplanene og gjennom mappekrav der studentene prøver ut opplegg de har lært på OsloMet. Dette gjelder både interne studenter og lærere som tar videreutdanning. Til slutt i denne mappen kommer en oversikt over vedleggene som er med på og dokumenterer min kompetanse.

Fag, skole og undervisning

Min faglige bakgrunn i realfag har jeg fra Universitetet i Oslo. Der var jeg Cand Mag fram til jeg tok PPU ved høgskolen i Østfold i 2000. Etter PPU startet jeg direkte på hovedfag i matematikkdidaktikk på Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling (ILS). Våren 2002 leverte jeg min hovedfagsoppgave og høsten 2002 ble jeg uteksaminert som Cand Scient.

Høsten 2014 besto jeg doktorgradskurset PHUV9110 (10 studiepoeng) innenfor temaet kunnskapsteori for lærerutdanningsrelatert forskning på programmet «*Utdanningsvitenskap for lærerutdanning*» her på OsloMet. Kurset tok for seg teorien om kunnskap i pedagogikk med vekt på forskningsrelevant teori for lærerutdanning og undervisning (vedlegg 1). Jeg fikk i begynnelsen av 2017 med bakgrunn i profileringsdokument, utdanning og akademiske grader, vitenskapelige arbeider, deltagelse i/ledelse av forsknings- og utviklingsprosjekter, yrkeserfaring og pedagogiske kvalifikasjoner, opprykk til stilling som førstelektor i matematikkdidaktikk. Jeg er klar over at forsknings- og utviklingsprosjekter gjort før 2017, og som dannet grunnlag for førstelektorkompetansen, ikke teller i denne søknaden. Forskningsarbeid som er og gjort og publisert i etterkant av opprykk til førstelektor, ligger som vedlegg i denne mappen. Forskningsarbeid som ikke er med i mappen, men som jeg bruker til å formidle min bakgrunn og kompetanse som underviser, ligger som referanser i litteraturlisten helt bakerst i dette dokumentet.

Jeg har pedagogisk basiskompetanse gjennom mitt hovedfag i matematikkdidaktikk, PPU og PHUV9110. Sammenlignet med andre utdanninger ved OsloMet, står lærerutdanningen i en særstilling ved at de ansatte vanligvis har en didaktisk og pedagogisk utdanning og arbeidserfaring. I følge Universitets- og høgskolerådet (UHR) er universitets- og høyskolepedagogisk basiskompetanse *det*

minimum av kunnskaper, ferdigheter og generell kompetanse i universitets- og

høyskolepedagogikk som kreves for å bli fast tilsatt i en faglig stilling innenfor høyere utdanning. Videre sier UHR at *de kvalifiserende tilbudene innenfor universitets- og høyskolepedagogikk, skal være forankret i forskning om undervisning og læring innenfor høyere utdanning.* Forskning på undervisning og læring innenfor høyere utdanning har utgjort en stor del av mitt arbeid ved OsloMet og jeg vil vise til flere forskningsarbeider som dokumenterer dette. I sum vil min formelle kompetanse og realkompetanse innenfor universitets- og høyskolepedagogikk, være godt innenfor det det som ligger innenfor retningslinjene til UHR.

Undervisningsrepertoar

I min jobb, underviser jeg studenter og lærere som skal undervise elever. Jeg prøver derfor å være ett godt forbilde for dem og vise ulike undervisningsformer i min undervisning. I jobben som lærer og veileder for videreutdanningskurs (KfK) og etterutdanning (DeKomp) får jeg testet ut mine metoder direkte på lærere i praksis og dermed får jeg løpende evalueringer og feedback som jeg igjen kan innarbeide og ta med meg som nyttige erfaringene i grunnutdanningene. Dette gjør at jeg får til en tett kobling mellom undervisning og profesjon. Noe som kan være grunnen til at mange studenter ved grunnutdanningene velger å ta fordypning i matematikk og nevner at kurset er praksisnært i evalueringer.

Undervisningsformer

Da jeg startet som lærerutdanner, hadde jeg en tradisjonell tilnærming til matematikkundervisningen. Jeg viste eksempler på tavla og viste studentene hvordan de kunne finne svaret på matematikkoppgaver. Dette er den «enkle» måten å undervise matematikk på. Dette står imidlertid i kontrast til forskning og nasjonale samt internasjonale tester, som viser at elever/studenter lærer bedre gjennom andre metoder enn formidlingspedagogikk. Variasjon i metodebruk mener jeg er viktig for fremtidige lærere. Det å jobbe med rike og åpne oppgaver samt å ha fokuset på utforskende virksomhet og kommunikasjon er viktige i min undervisning. Jeg fikk tidlig mulighet i jobben min på OsloMet til å jobbe tett med kollegaer som hadde mye erfaring og kunnskap om læring, siden vi ofte bruker et tolærersystem når vi underviser. Det å jobbe sammen med en kollega i klasserommet, er krevende men veldig lærerikt. Det forutsetter at man er villig til å lære bort samtid at man må være fleksibel og tørre å utfordre seg selv i undervisningssituasjonen. Denne måten å jobbe på forutsetter at man er trygg på seg selv og at man tør å gi- og få innspill i klasserommet med studenter tilstede. Når jeg ser tilbake på min egen utvikling som underviser har det skjedd store endringer over år. Jeg begynte med å stå alene i klasserommet og drive tavleundervisning. I mange kurs har jeg undervist med kollegaer som mentorer og som jeg har lært utrolig mye av. I dag får jeg mye ansvar fra min leder til å veilede og jobbe sammen med mindre erfarne lærere og nyansatte og det er jeg som har mentorrollen.

Metodikken som er beskrevet under, går igjen som en rød tråd i flere av kursene jeg har vært med på å lage. Grunnideen er at studentene sammen skal oppdage og skape erfaringer rundt matematiske emner og matematikkdidaktikk. For å skape disse erfaringene sammen er det viktig at de er på samme ståsted rent faglig. Mine erfaringer er at hvis studentene skal møte forberedt så er det noen som leser grundig på forhånd, andre skummer igjennom mens overaskende mange kommer uforberedt. Med denne metodikken er et av hovedpoengene at studentene ikke skal forberede seg. Dette fordi de gjennom metoden, skal oppdage matematiske sammenhenger selv, og ikke følge en algoritme eller teori som de kjenner på forhånd. I etterkant av disse øktene skal studentene lese teori og mine erfaringer er da at matematikk og matematikkdidaktikk blir lettere tilgjengelig og de får koblet sine erfaringer til matematikkdidaktisk teori. For å gi et eksempel på hvordan en slik metodikk kan se ut, tar jeg for meg casen «The border problem» (Boaler & Humphreys, 2005). Undervisningen gjennomføres basert på aktiviteten i boka til Boaler og Humphreys og studentene skal selv oppdage hvordan et tilsynelatende enkelt matematisk problem, ved hjelp av ulike pedagogiske grep, kan føre til utforskning og generalisering. I boka, som inkluderer videoopptak fra Boalers undervisning med elever, ser man hvordan elever kan guides gjennom produktive matematiske diskusjoner med klart faglig fokus, der det overordnede målet er å utvikle elevers relasjonelle forståelse i matematikk. Underveis i undervisningen har vi diskusjoner og refleksjoner rundt hvordan læreren (i videopptakene) ved hjelp av didaktiske grep hjelper elevene til å se og forstå det matematiske problemet. I dette undervisningsopplegget får studentene selv føle på kroppen hvordan man gjennom å jobbe undersøkende kan oppdage aritmetiske, geometriske og algebraiske sammenhenger som gjør at man lettere ser og forstår den algebraiske tenkningen, som til slutt leder frem til løsningen. Meningen er også at studentene ser at selv for de elevene som ikke kommer frem til selve løsningen, vil metoden ha økt den matematiske forståelsen deres. I etterkant av undervisningsøkten leser studentene pensumbøker om emnet og får et arbeidskrav (oppdrag) der de selv skal gjennomføre det de har erfart i egen undervisning og reflektere over det med bakgrunn i didaktisk litteratur. I oppdraget skal studentene ut i praksis å gjennomføre opplegget med elever i skolen. Det didaktiske fokuset i praksis er at studentene skal vise elevene at man kan oppdage å se et problem på mange ulike måter. Elevene skal jobbe individuelt, så i par og til slutt i klassesamtalen. Studentene må i dette opplegget stille gode spørsmål for kommunikasjonen mellom lærer-elev/elever er viktig og det er dette studentene skal reflektere rundt i det skriftlige arbeidet i etterkant av gjennomføringen.

Digitale undervisnings- og læringsformer er relevant i lærerutdanningen og siden det i disse dager jobbes med en ny fagplan for grunnskolen, *Fagfornyelsen*, er dette et veldig relevant tema for meg som underviser. I Fagfornyelsen skal blant annet programmering inn i matematikk og det har ført til stor debatt. Siden fagplanen ikke er klar, er ikke dette et obligatorisk tema i våre kurs ennå, men jeg har likevel valgt å introdusere hvordan man kan jobbe med elever på småskoletrinnet i dette emnet. Jeg lånte Ipader og Blue-Bot (små roboter) av seksjon for digital kompetanse og sammen med studentene fant vi egnede apper som kan brukes med elever i skolen. I kurset Matematikk 2 har jeg også vært med på å utvikle et arbeidskrav som går på at studenter skal utvikle gode oppgaver til elever som har høyt læringspotensial og som derfor trenger egne oppgaver som utfordrer dem. Studentene skal lage videoer som skal inneholde gode løsningsforslag som elevene kan bruke i etterkant hvis de ikke får til oppgaven eller for å se andre måter å løse samme oppgave på, fokuset skal være på prosess og ikke svar. Studentene skal i dette mappekravet øve seg på å bruke digitale læringsformer som de kan anvende ute i praksis. Arbeidskravet inneholder også en fremføring som gjør at studentene kan få ideer og lære av hverandre (vedlegg 2).

Jeg mener det er viktig å forene teori og praksis og har derfor også vært med på å utvikle et arbeidskrav (dette er ett mappekrav som er nedfelt i fagplanen på Matematikk 2) der studentene skal lese presentere, legge frem og drøfte vitenskapelige tekster i matematikkdidaktikk i klassen. I min undervisning, har jeg mye fokus på gruppearbeid spesielt basert på elevarbeid, samt fokus på kommunikasjon og klassesamtaler. Det som er viktig for meg er at undervisningen skal være så praksisnær som mulig. Jeg har nemlig stor tro på at hvis studentene skal overføre det de lærer på campus, til skolen, så må det de lærer lett kunne overføres til praksisfeltet. Dette har jeg erfart gjennom å jobbe mange år med lærere på etter- og videreutdanningskurs.

Veiledning og ulike vurderingsformer

For å være en god underviser, må du kunne gi ett bredt spekter av metoder for veiledning og vurdering til studenter og lærere i alle faser i utdanningen. Dette gjelder både underveisvurdering, vurdering for læring og som sluttvurdering. I min undervisning og veiledning gir jeg skriftlig og muntlig veiledning – individuell, i gruppe og klasse/forsamling. Jeg har gitt veiledning på alle nivåer fra grunnskolestudenter på grunnkurset, bachelorstudenter og som bi-veileder på masteroppgaver. Som veileder for lærere gjennom etterutdanning ute på skolene, har jeg virkelig sett nytten av veiledningen. Når lærerne sammen erfarer og reflekterer over hvordan de kan endre praksis, fører det til at flere elever i skolen blir muntlig aktive og kommuniserer med hverandre og lærer. Jeg mener det er helt avgjørende for en god lærer å kunne kommunisere godt med elevene sine.

Gjennom etterutdanningsprosjektet DeKomp har jeg initiert et opplegg der fokuset er førveiledning, observasjon og etterveiledning samt kollegaveiledning. Gjennom DeKomp har jeg vært med å forme veiledningsmetodikken helt fra starten. Det begynte med at jeg ble invitert med på de innledende rundene med Asker kommune, der jeg la frem hvordan jeg tenkte var den beste måten å veilede lærere på 1-7. trinn. Når man får være med å legge premissene for et prosjekt, er det større sjanse for at man lykkes og at man når det overordnede målet som er endring i klasserommet slik at flere elever lærer og forstår matematikk enda bedre. Høsten 2018 og våren 2019 har vi gjennomført dette etterutdanningsprosjektet, der jeg selv har vært med på å legge premissene. Det er spennende, men også litt skummelt med tanke på hva lærerne tenker og mener om prosjektet. Mitt første møte var med en kollega og ledelsen samt noen matematikklærere på de seks skolene vi startet med. Vi diskuterte og la premissene for opplegget sammen. Vi ble enige om at som overordnet mål, uavhengig av trinn eller tema, var at vi som veileder og lærerne skulle ha fokus på den matematiske samtalen. Lærerne fikk derfor i forkant av møte nummer to tilsendt en forskningsartikkel som gikk igjennom et analyseverktøy der fokuset var på hvilke spørsmål læreren stiller i klasserommet. Er det spørsmål, læreren vet svaret på? Er målet at svarene skal fortelle læreren om hva eleven kan eller ikke kan? Har spørsmålene en orienterende eller påvirkende hensikt? På vårt første møte med lærerne diskuterte vi artikkelen og snakket om hvor viktig det er med produktive samtaler med kvalitet fremfor kun monolog fra lærerne, eventuelt med korte spørsmål kun for å sjekke at elevene vet svaret. Vi diskuterte også det matematiske og didaktiske spørsmål rundt temaet for økten vi skulle være med på, samt viktigheten av at læreren som holdt økta og de andre lærerne som skulle være med og observere, sammen skulle lage innholdet. Det didaktiske fokuset skal være den matematiske samtalen, men like viktig er det at denne formen for etterutdanning bygger på kollegaveiledning og at kollegaene er sammen om innhold og utførelse. Målet er at alle lærerne som er med på prosjektet skal få eierforhold slik at etterveiledningen som skjer rett etter observasjonen, er fruktbar for alle. På de seks skolene vi var på gjennomførte vi før- og etterveiledning samt observasjon tre ganger og lærerne byttet på hvem som hadde hovedansvaret hver gang. Mine erfaringer fra arbeid med skoleutvikling samt å være ute i praksisfeltet, gjør at jeg kan bringe erfaringer fra klasserommet tilbake i grunnutdanningene. Det å jobbe på OsloMet samtidig som en får erfare fersk skolepraksis, er veldig verdifullt for min undervisning som lærerutdanner. Erfaringene gjør at jeg endrer og tilpasser undervisning slik at det er oppdatert på det som skjer i praksis og kan sammenlignes med å ha praksisstipend. Denne nærheten til praksisfeltet bidrar til min utvikling av egen praksis som lærerutdanner. Jeg og en kollega bruker erfaringene våre til å forske på utbyttet av denne måten å drive etterveiledning på. Basert på spørreskjema og fokusgruppeintervju er vi godt i gang med en forskningsartikkel og første mål er å legge våre resultater frem på Etterutdanningskonferansen for lærerutdannere i matematikk i Stavanger september 2019 og i løpet av 2020 er målet å ha publisert en artikkel.

Syn på undervisning og læring

Siden jeg ble ansatt som lærerutdanner i 2002 har jeg utviklet meg som underviser. Jeg vil trekke frem noen momenter som har vært viktig i de kursene jeg har vært faglærer og fagansvarlig i og som sier noe om det som spesielt opptar meg i min jobb som underviser:

- Praksisnær matematikkundervisning
- Vekt på å utfordre den matematiske tenkningen til både studenter og lærere
- Fagstoff på studenter/elevenes premisser
- Dialog og samspill med- og mellom studenter og lærere
- Refleksjon og kritisk drøfting
- Tydelig faglig fokus og mål i aktivitetene som skjer i klasserommet

- Underveisvurdering med fokus på læring, forståelse og ikke bare svaret

Kursene har gitt meg en viktig mulighet til kontakt med- og innspill fra praksisfeltet. Dette har vært verdifullt både i med hensyn på eget FoU-arbeid og i undervisningen av egne studenter.

Profesjonstilknytningen og praksisnærheten kommer spesielt til syne i påbygningskurset Matematikk 2. Dette kurset har en ny fagplan og alt fra pensum til organisering er nytt. Dette krever samarbeid på tvers av fag og med ledelsen. Alle arbeidskrav/obligatoriske oppgaver i dette kurset blir knyttet til praksis gjennom observasjon av elever og utprøving av undervisningsopplegg. Teori fra kurset skal tas i bruk i begrunnelser, drøftinger og refleksjoner omkring disse arbeidene, som så danner utgangspunkt for eksamen i kurset. Jeg har vært med å utvikle dette kurset slik at det har en tett kobling til praksis. Målet er å tilby et forskningsbasert kurs som stadig er i endring og som på sikt endrer praksis for studentene og lærerne slik at det kommer elevene til gode.

I mitt FoU-arbeid har jeg hovedsakelig arbeidet med matematikk på grunnskolen. Arbeidet har vært tett knyttet til praksisfeltet gjennom observasjon av elever og lærere, veiledning ved skolene og utvikling av kurs i matematikk for barnetrinnet. Jeg har brukt eget FoU-arbeid til å forbedre egen undervisning samtidig som jeg har innhentet datamateriale til FoU-arbeid fra egen undervisning. Denne vekselvirkningen opplever jeg som viktig i en profesjonsutdanning.

I løpet av min forskningstid har jeg jobbet med ulike prosjekter og samarbeidet med flere kollegaer. Jeg er opptatt av å forske på noe som kan tilføre meg som lærerutdanner nye impulser og på sikt styrke studentenes kompetanse i matematikk. En rød tråd gjennom forsknings- og utviklingsarbeidet mitt har vært undervisningskompetanse og mitt fokus har vært å styrke fagkunnskapen og den matematikkdidaktiske kunnskapen til studentene slik at de kan bruke kunnskapen de lærer på OsloMet til å skape bedre læring hos elevene i skolen. Hovedfokuset mitt har vært undervisningskompetanse med fokus på hvordan man kan styrke fagkunnskapen og den matematikkdidaktiske kunnskapen til studentene slik at de bruker kunnskapen til å skape bedre læring hos elevene.

I mitt forsknings- og utviklingsarbeid har jeg fundert på spørsmålet: Hvordan blir man en god lærer? Biesta (2014) prøver å svare på dette komplekse spørsmålet, han peker på tre områder som er viktig i utdanningen av elever: *qualification* som dreier seg om hvordan elevene blir kvalifisert gjennom tilegnelse av kunnskaper, ferdigheter og verdier. Området for *socialisation* handler om hvordan elevene blir innlemmet i eksisterende praksiser både når det gjelder sosiale og kulturelle tradisjoner. Det siste området kaller Biesta for *subjectification* og omhandler innflytelsen utdanningen har på eleven som person. Det dreier seg om menneskets frihet. En god lærer greier å holde balansen mellom disse områdene i sin undervisning.

Solid fagkunnskap og didaktisk kunnskap er viktig både når en student er i praksis i løpet av studiet, men først og fremst etterpå som ferdigutdannet lærer. Det finnes mange studier av undervisningskunnskap knyttet til elevers læring. Jeg har vært veldig opptatt av at matematikk ikke er et instrumentalistisk fag der læreren viser hvordan en skal løse ulike oppgaver, og så skal elevene følge samme oppskrift ved å gjøre flere oppgaver som ligner på det læreren akkurat har vist. Viktige spørsmål jeg har vært opptatt av er om det er slik at mange studenter/lærere, med bakgrunn i sin egen erfaring, har en tradisjonell oppfatning av hva matematikk er og hvordan en matematikkundervisning skal være, altså det Biesta (2014) kaller *socialisation*? Kan det være at studenten/læreren mangler nødvendig fagkunnskap (*qualification* jf. Biesta, 2014) om temaet eller ikke kjenner til gode fagdidaktiske undervisningsopplegg som kan brukes i akkurat den konteksten eleven befinner seg i?

Utvikling av utdannings- og undervisningskvalitet

I implementeringen av både GLU 1.-7. trinn og MGLU 1.-7. trinn satt jeg ikke bare i en fagplangruppe, men var med på å bidra til omstillingsprosesser for å sikre helheten og kontinuiteten innenfor matematikkfaget på GLU 1-7. I implementeringsprosessen hadde jeg mye ansvar både i form av fagplanarbeid, som faglærer, som seksjonsleder og i et vikariat som koordinator på kullet. Jeg hadde ulike hatter i denne prosessen, men det bidro også til at jeg fikk oversikten og kunne bidra med min kunnskap slik at utdanningen fikk det didaktiske fokuset som jeg mener er viktig. I denne jobben var det viktig for helheten at vi jobbet flerfaglig slik at studentene ble ivaretatt som fremtidige grunnskolelærer i flere fag og ikke faglærer for kun ett fag.

Forankrede utviklingsarbeider

Det å være med og skrive fagplaner er en administrativ prosess som går ut på å sikre at helheten både faglig, didaktisk og flerfaglig blir ivaretatt for studenter som velger å ta matematikk på OsloMet. Dette har gjort at jeg har kunnet påvirke kursene slik at mine ideer og min didaktiske forankring er blitt formalisert i fagplanene gjennom innhold, arbeidskrav, eksamen og pensum. Når en skal lage en helt ny utdanning er det viktig at fagplanen gjenspeiler kurset og at faglig, didaktisk og flerfaglige perspektiver kommer tydelig frem samt at det er en naturlig progresjon i kurset. Studentene måtte fra 2010 velge mellom å bli lærere på 1-7 trinn (GLU 1-7) eller 5-.10 trinn (GLU 5-10). I denne prosessen har jeg vært en stor bidragsyter ved GFU i oppbygningen av- og videreutviklingen av GLU 1-7 gjennom fagplanarbeid og utarbeidelse av kursene Matematikk 1 og 2. I disse dager er jeg i gang med å planlegge Matematikk 2 GLU 1-7, studieåret 2019/2020 som er den siste gangen dette kurset gjennomføres. Rammeplanutvalget sendte i oktober 2015 et forslag til forskrifter for de nye grunnskolelærerutdanningene på masternivå til Kunnskapsdepartementet. For de tre første studieårene er det utformet retningslinjer for hvert av skolefagene på 30 + 30 studiepoeng, til sammen 60 studiepoeng, på syklus 1-nivå. I den forbindelse ble jeg spurt om jeg kunne være ansvarlig for de nye fagplanene i syklus 1 for femårige grunnskolelærerutdanninger for trinn 1–7 (MGLU 1–7) og for Matematikk 1 og Matematikk 2 på vår institusjon. Matematikk 1 er obligatorisk for alle studenter og Matematikk 2 er for studenter som velger fordypning og tenker på å ta en Master innenfor matematikkdidaktikk eller begynneropplæring på MGLU. Denne våren (2019) er jeg fagansvarlig og planlegger Matematikk 2 på 5. semester sammen med studieleder samt fagansvarlige for de andre fagene. Høsten 2019 er jeg en av underviserne som skal ha kurset for første gang.

Jeg har vært med å skrive følgende fagplaner:

- Grunnkurset på GLU (for 1 – og 2 års studenter)
- Matematikk 2 som er påbygningskurset (for 3 – og 4 års studenter)
- Matematikk 1 og 2 på MGLU (i denne fagplanen er grunnkurset og påbygningskurset skrevet sammen)

Andres vurderinger

Alle kurs jeg underviser på har studentevalueringer, men siden kursene ofte har flere lærere og studentene blir oppfordret til å ikke si noe om den enkelte underviser, er det vanskelig å bruke slike evalueringer til å si noe om meg som underviser. Evalueringene av kurset Matematikk 2 viser er at studentene er godt fornøyd med kurset og med foreleserne. Siden jeg har vært med å designe kurset, skrevet fagplanen og har vært med som fast underviser, samt fagansvarlig i alle år kurset har gått, mener jeg det kan si noe om meg som underviser. Det aller største komplementet er derimot at Matematikk 2 er og har vært et veldig populært kurs og at overaskende mange 1-7. studenter har valgt å ta påbygning i matematikk. Mens andre faglærerne har hatt flotte PowerPoint presentasjoner når de skal presentere påbygningskurset sitt for nye studenter, så har jeg ved hjelp stikkord på en Post-it lapp og en engasjerende tale vervet mange studenter til å velge Matematikk 2 og dermed 60 studiepoeng i matematikk på barnetrinnet, noe som er veldig hyggelig. Siden vi begynte med påbygningskurset har flere hundre lærerstudenter gått ut med 60 studiepoeng i matematikk på barnetrinnet, noe som kun få år tilbake var ganske uvanlig for lærere på barnetrinnet. Her er noen sitat fra året evaluering på Matematikk 2, der spørsmålet var «Hva er positivt med faget?»:

- Engasjerte og flinke lærere
- Ikke bare forelesninger også studentarbeid
- Variert undervisning med mange eksempler
- Vi lærer konkrete ting vi kan ta med direkte ut i skolen
- Lærerne veileder og er alltid behjelpelige om det skulle være noe og de er alltid blide og fornøyde.
- Positiv holdning fra lærerne til faget
- God dynamikk mellom lærerne
- Tilpasser undervisningen til oss og det som skjer i timen. Tar seg god tid!
- Oppbygningen virker svært gjennomtenkt

I uttalelsene fra Vibeke Bjarnø (min nærmeste leder) gjør hun rede for hvilke planer enheten har for å bruke min kompetanse og hvordan jeg kan utvikle med videre (Vedlegg 3).

Jeg ble i 2016 nominert som «årets underviser» og det er en nominasjon som jeg er veldig stolt av. I begrunnelsen stod det: «*Camilla har utformet et studieprogram som baserer seg på nyere forskning innen fagfeltet. Dette bidrar til engasjerte studenter som ønsker å lære og videreutvikle nyere tenkning innen faget. Undervisningen er svært pedagogisk og det er lagt opp til veldig mye studentaktivitet og aktive læringsformer generelt. Dette gjør at studentene henger med og lærer mye, selv på lange og intense dager. Praksis og teori knyttes sterkt sammen, og Camilla underviser slik at vanskelig stoff blir forståelig. Et annet godt pedagogisk grep er blant annet det at studentene ikke skal forberede seg før undervisningen, men heller lære nytt stoff i undervisningen, for så å lese mer om det i etterkant. Camilla er lett tilgjengelig dersom studentene trenger hjelp utenom undervisningen. Hun er engasjerende og* *motiverende, samtidig som hun kan faget sitt godt. Hun benytter varierte undervisningsformer og studentene lærer mye. - knytter forskning og undervisning sammen - svært god til å legge opp til studentaktivitet - god pedagog».*

Dokumentert pedagogisk utviklingsarbeid– en utforskende og vitenskapelig tilnærming til undervisning og læring

Den doble tallinjen - en didaktisk modell

Matematikk 2-kurset er inspirert av realistisk matematikkundervisning (Realistic Mathematics Education, RME) som kort går ut på at konteksten skal være noe kjent og at elevene ikke har noen standard algoritme for å løse problemet, de må selv systematisere og organisere. I undervisning skal hele klassen bidra, både når de løser oppgaven og i refleksjonen i etterkant. Gjennom å forske på egne studenter i forkant av studiet fant vi ut at lærerstudentene manglet verktøy for visualisering av proporsjonalitet i situasjoner som er relevante i grunnskolen. Vi gjennomførte et undervisningsopplegg der vi fokuserte på hvordan studentene ville illustrert og forklart hvordan man løste oppgaven for elever som ikke kunne en standard algoritme for å løse oppgaver om proporsjonalitet. Vi prøvde i undervisningen å se hvilke visualiseringer som opptrer i lærerstudentenes løsningsforslag til enkle tekstoppgaver om proporsjonalitet. Spesielt viktig er dette når man jobber med matematiske temaer som viser seg å være veldig vanskelig for elever å forstå. På slutten av undervisningsøkten drøftet vi hvordan de uformelle løsningsmetoder kan utnyttes som utgangspunkt for å innføre den doble tallinjen. Den doble tallinjen er ment som et redskap for å oppdage og forstå hvordan man finner forholdstall. Dette vil ofte gjelde elever som sliter med å se og operere med proporsjonalitetssammenhenger, men som ved hjelp av doble tallinjer kanskje oppdager sammenhengen og finner forholdstallet ut fra sin egen forståelse. På dette tidspunktet fantes det ingen norsk litteratur om doble tallinger. I etterkant av prosjektet vi gjennomførte med egne studenter har jeg vært med og skrevet kapitelet *Den doble tallinjen som didaktisk modell for proporsjonalitet, introdusert i en realistisk matematikkundervisningstradisjon* i boken *Undervisningskunnskap* (Eriksen, Kjensli, & Rodal, 2016). Vi konkluderte i forskningsarbeidet med at doble tallinjer er et visualiseringsverktøy som kan fungere i undervisningen og som støtter opp under elevers utvikling av proporsjonalitetstenkning i en prosess hvor elevene selv skal oppdage det eksterne forholdstallet. Boken *Undervisningskunnskap* er pensum på Matematikk 2 og kapitlet vi skrev blir introdusert i undervisningen og er pensum i ett av mappekravene i kurset. Dette forskningsprosjektet er et eksempel på hvordan man gjennom egen undervisning oppdager at studentene trenger et didaktisk verktøy og siden det ikke var forsket eller skrevet noe om dette på norsk, fant vi en gylden anledning til å gjøre dette slik at fremtidige studenter kunne få muligheten til å fordype seg i forskningslitteratur skrevet til og for dem.

'Oppdrag' i matematikk - om å koble teori og praksis

I både Matematikk 2 og KfK-kursene jeg har undervist har vi arbeidskrav som er sterkt knyttet til praksisfeltet og som får studenter og lærere til å prøve ut undervisningsopplegg de har jobbet med på OsloMet med elever på grunnskolen. I en tverrfaglig antologi om koblingen mellom teori og praksis, har jeg vært med å skrive kapittelet «*'Oppdrag' i matematikk - om å koble teori og praksis*» samen med Annette Hessen Bjerke, Elisabeta Eriksen og Ida Heiberg Solem (vedlegg 4). Kapitelet presenterer en studie om 'Oppdrag', en type arbeidskrav brukt i matematikk for lærerstudenter i kurset Matematikk 2. Oppdrag er tenkt som en brobygger mellom teori og praksis i grunnskolelærerutdanningen, der studentenes egne forskningsbaserte undervisningssekvenser skal ses på med teoretiske briller og der teorien brukes som et verktøy til refleksjon. Resultatene av våre studier viser at studentene mener at oppdrag bidrar til deres utvikling som fremtidige matematikklærere på en helt annen måte enn veiledet praksis. De oppgir at rammene til arbeidet med oppdrag, med krav om grundig for- og etterarbeid av undervisningssekvenser, gir dem tid og anledning til å konsentrere seg om matematikklærerrollen heller enn klasselederrollen. I tillegg legger oppdragene til rette for at studentene skal gjøre seg refleksjoner om matematikken og dens didaktikk. I analysen sier en student noe om denne måten å jobbe på ved å trekke frem kontrasten med mer tradisjonelle arbeidsformer i matematikk, *«det er en måte å jobbe på som jeg ikke er vant med selv fra skole, men som fungerer veldig bra»*. En annen student trekker frem at å jobbe på denne måten gjør at man får lest og gått i dybden på pensum, *«Gjennom oppdrag, så får jeg lest pensum. … Jeg føler når man har oppdrag, så går man mye mer i dybden, da får jeg virkelig satt meg inn i det»*. I tillegg til kapitelet vi har skrevet i antologien har jeg presentert denne forskningen på konferansen CERME 11 i Utricht i februar 2019 og vi (samme forfattere som i antologien) har med utgangspunkt i samme forskningsmateriale, men med ett nytt analyseverktøy, skrevet om denne måten å koble teori og praksis i artikkelen «*Retrospective reflections on 'Missions' as pedagogies of practice*» (vedlegg 5) og fått mail om at «*the final version is now uploaded to ConfTool and accepted for publication*» så i løpet av 2019/2020 blir artikkelen publisert i Proceedings of the Eleven Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME 11.

Matematikk i praksisopplæringen (MAPO)

MAPO var en del av et større NFR-prosjekt ledet fra OsloMet, *Teachers' professional qualifications (TPQ); different forms of preservice programs and different knowledges*. MAPO var ett av fem delprosjekter i TPQ. Medlemmene i MAPO-prosjektet er i tillegg til meg, Førsteamanuensis Annette Hessen Bjerke, Dosent Bjørn Smestad, Førsteamanuensis Elisabeta Eriksen og Professor 2 Yvette Solomon. Vi ville i dette prosjektet utforske hvordan studenter bygger opp faglig kompetanse og utvikler seg som reflekterte praktikere.

Den første artikkelen *Theorising mathematics teaching: pre-service teachers' perceptions before and during school placement* i prosjektet kom med i en vitenskapelig artikkel på nivå 1 i 2013 i Proceedings of FoU i praksis 2012 (Bjerke, Eriksen, Rodal, Smestad and Solomon, 2013a). Den neste artikkelen *A Tripartite Cooperation? The Challenges of School-University Collaboration in Mathematics Teacher Education in Norway* kom også i 2013 og var en vitenskapelig artikkel på nivå 1i Proceedings of the International Groups for the Psychology of Mathematics Education, 2013 (Bjerke, Eriksen, Rodal, Smestad and Solomon, 2013b). I 2015 publiserte MAPO den tredje artikkelen *Prospective teachers navigating intersecting communities of practice: early school placement*, en vitenskapelig artikkel på nivå 2 I Journal of Mathematics Teacher Education (Solomon, Eriksen, Smestad, Rodal and Bjerke, 2015). Analysen i de to første artiklene ble brukt til å utvikle en intervensjon med fokus på å styrke kommunikasjon, forskning og refleksjon for det nye første årskull i år to av prosjektene.

I intervensjonen var et sentralt element at studentene etter tur skulle oppsummere de enkelte undervisningsøktene i matematikk på OsloMet, og at praksislærerne skulle få dette materialet. Målsetningen var å få bedre kjennskap til- og kommunikasjon om undervisningen på Universitetet. I det samme studieåret gjorde vi også en annen intervensjon, hvor vi lot tredjeårsstudentene som tok kurset Matematikk 2 lage små presentasjoner til førsteårsstudentene om hvordan de planlegger undervisning annerledes i 3. år enn de gjorde i 1. år. Med utgangspunkt i den andre intervensjonen skrev vi en artikkel hvor vi studerte tredjeårsstudentenes presentasjoner og førsteårsstudentenes reaksjoner på presentasjonene. Førsteårsstudentene og tredjeårsstudentene hadde en diskusjon i etterkant av presentasjonen. Denne ble transkribert og i tillegg svarte førsteårsstudentene på et spørreskjema i etterkant av presentasjonene. Tredjeårsstudentenes presentasjoner hadde et rikt budskap, blant annet knyttet til bruk av teori og viktigheten av å kunne avvike fra planen, men førsteårsstudentene fanget hovedsakelig opp det følelsesmessige: at «ting vil gå bedre», og at den utryggheten man føler i første studieår etter hvert gir seg. Artikkelen *From emergency sirens to birdsong -*

Narratives of becoming a mathematics teacher ble presentert på CERME 10 i Dublin i 2017 og i etterkant akseptert og publisert (Vedlegg 6).

I forbindelse med MAPO-prosjektet hadde jeg også en presentasjon på et personalmøte for GFU der jeg la fram intervensjonen og erfaringer vi hadde gjort oss i prosjektet for å gi inspirasjon for andre. For meg er det viktig å dele erfaringer med forskning og undervisning for andre kollegaer også på tvers av fag. Det å legge frem og dele erfaringer fra forskning er noe jeg har lagt vekt på ikke bare lokalt på OsloMet, men også på konferanser som FoU i praksis der man møter lærerutdannere på tvers av fag og på den årlige Etterutdanningskonferansen for matematikkdidaktikkere (her hadde jeg plenumsinnlegg i 2018 og planlegger en parallellseksjon med en kollega i september 2019).

Pilotprosjekt Nasjonal deleksamen i brøk

Våren 2015 ble jeg ble spurt om å ha en sentral rolle i forbindelse med gjennomføringen av nasjonal deleksamen i brøk. Utgangspunktet var at Kunnskapsdepartementet i september 2014 hadde tatt kontakt med Nasjonalt organ for kvalitet i utdanningen (NOKUT). Bakgrunnen for oppdraget var at eksamenene kan bidra til å gi samfunnet nyttig informasjon om studentenes kunnskapsnivå i utvalgte fag. NOKUT hadde som mål å utvikle deleksamenene og starte gjennomføringen av piloten i løpet av 2015. NOKUT satte, sammen med NRLU (nasjonalt råd for lærerutdanningen), og styret i matematikknettverket, sammen en arbeidsgruppe for å utvikle en delemneplan for eksamen. I denne gruppen satt jeg sammen med fire kollegaer fra andre høgskoler og universitet i Norge.

Emnet ble bestemt å omfatte matematikkdidaktiske og matematikkfaglige tema innen brøk, desimaltall og prosent. Dette er viktige temaer for alle som skal undervise i matematikk på trinnene 5. – 7. Sentralt i delemnet er at studentene skal utvikle undervisningskunnskap i matematikk. Etter at vi hadde laget emneplanen ferdig, ble det satt sammen en gruppe som skulle være med å bestemme innholdet og lage selve eksamen, samt sensorveiledning som ble holdt nasjonalt 1. desember 2015. Jeg satt i denne gruppen med kollegaer fra syv ulike høgskoler og universitet. Gruppen har laget eksamenssettet og sensorveiledning fra våren 2016 til våren 2018. Oppgaven i første omgang var at vi skulle kvalitetssikre og utvikle eksamenssett og sensorveiledninger, samt gi råd og innspill til NOKUT som står for selve gjennomføringen av eksamenen. Nå er det vedtatt at dette er en eksamen som blir en integrert del av matematikkfaget (ikke lenger en del-eksamen) på lærerutdanningen fra høsten 2019. Temaet er endret til algebraisk tenkning og jeg skal være leder for den gruppen som skal lage eksamen for 1-7. trinn. På piloten var det en felles eksamen for 1-7. trinn og 5-10. trinn, nå er det bestemt at det skal være to eksamensgrupper som lager ulik eksamen på de to utdanningene.

Forskning knyttet til Pilotprosjektet Nasjonal deleksamen i brøk

Gjennom mitt arbeid med Nasjonal deleksamen i brøk fikk jeg tilgang til en mengde data og som en følge av det bestemte jeg meg for et forskningssamarbeid med kollega Ellen Hovik, der vi har analysert materiale som er hentet fra studentbesvarelser i Nasjonal deleksamen i brøk våren 2017. Det er en bred enighet om at lærere trenger en viss matematikkforståelse for å kunne forklare ikke bare hvordan, men også hvorfor ulike fremgangsmåter fungerer. På alle landets lærerutdanningsinstitusjoner blir studentene testet om de besitter denne kunnskapen i blant annet brøk gjennom Nasjonal deleksamen. Ved å fokusere på ulike representasjonsmåter i innlæringen av matematiske emner, vil det gjøre studentene bedre i stand til å analysere og forstå elevers matematiske tenkning, og dermed kunne støtte og hjelpe elever på best mulig måte i undervisningen. Når studentene kommer til lærerutdanningen kan de som regel algoritmen for å addere/subtrahere rasjonale tall. Lærerutdanningens oppgave er å «avkle» algoritmen og bidra til at studentene får en relasjonell forståelse i tillegg til en operasjonell forståelse. I vår artikkel diskuterer vi hvordan de klarer å vise denne forståelsen gjennom å visualisere og forklare addisjon av brøk gjennom en oppgave gitt på Nasjonal deleksamen.

Vi har presenter denne forskningen i Skien på Etterutdanningskonferansen for matematikkutdannere i september 2018. Vi sendte inn et forslag om å presentere forskningen vår i en parallellseksjon, men ble spurt om vi heller kunne være plenumsforelesere siden forskningen var så aktuell for de andre matematikkutdannerne som var deltakere på konferansen. I etterkant av Etterutdanningskonferansen har vi skrevet artikkelen *Visualization of fractions – a challenge for pre-service teachers?* (vedlegg 7) samt presentert artikkelen på CERME 11 konferansen i Utrecht i februar 2019. I etterkant av konferansen har vi fått mail som bekrefter at artikkelen er akseptert og vil bli publisert, så i løpet av 2019/2020 blir artikkelen publisert i Proceedings of the Eleven Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME 11.

Nasjonalt forkurs i matematikk

Fra høsten 2016 heves kravene for de som vil bli grunnskolelærer fra karakteren 3 til 4 i matematikk. De studentene som ikke oppfylte det nye matematikkravet på lærerutdanningen, fikk mulighet til å ta et forkurs i matematikk sommeren 2016, før studiestart. Hvis de besto prøven, dekket de karakterkravet i matematikk. Koordinator for oppdraget med å lage forkurs hadde Universitetet i Agder, mens Universitetet i Tromsø hadde ansvaret for å utvikle et nettkurs på 4 moduler (basert på pensum fra matematikk 1P og 2P fra videregående skole) som alle lærerstedene kunne være med å bruke i tillegg til å holde kurs/veiledning på campus. Jeg satt i referansegruppen som fikk i oppdrag å fortløpende vurdere og komme med tilbakemeldinger på produksjonen fra utviklermiljøet ved Universitetet i Tromsø. Vår oppgave var å kvalitetssikre arbeidet som Universitetet i Tromsø gjorde i utarbeidelsen av de ulike modulene. Jeg var i tillegg den som var faglig ansvarlig for utvikling og gjennomføring av forkurset her på OsloMet første gang forkurset ble gjennomført.

Fra media vet man at dette kurset har hatt en stor strykprosent og matematikklærerne ved OsloMet har utviklet dette kurset ved å blant annet trekke inn spisskompetanse fra videregående skole (vgs). Dette har vi gjort ved å jobbe tolærer med en lærer fra vgs som kjenner 1P og 2P godt, på den måten får vi til et godt faglig samarbeid og muligheten til å lære av hverandre. Helt konkret så har jeg jobbet på OsloMet med en innleid lærer fra vgs, der jeg sto for organiseringen og det faglige innholdet der jeg har min spisskompetanse, mens læreren fra vgs hadde temaet økonomi som er et tema vi ikke underviser på lærerutdanningen. På den måten fikk studentene tilpasset undervisningen. OsloMet hadde en av de høyeste bestått-prosentene på kurset sommeren 2018, noe som også ble trukket fram av forsknings- og høyere utdanningsminister (Nybø) i media i fjor (https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/143-studenter-bestod-forkurs-i-matematikk/id2607778/).

Det reflekterte tilbakeblikket og veien videre

Når jeg skal reflektere over og se for meg min vei videre som underviser, tenker jeg at jeg vil fortsette å dele av min kunnskap og erfaring blant kollegaer på OsloMet, samt samarbeide med ulike grupper og komitéer nasjonalt for å fremme OsloMet sitt syn på undervisning og læring i matematikkfaget på lærerutdanningen. Jeg vil fortsette å arbeide tett med kollegaer på OsloMet og på andre institusjoner slik jeg gjør i dag og målet er at undervisningen i praksis skal endres slik at enda flere elever lærer mer og forstår mer av matematikk. Jeg ser også for meg at meriterte undervisere på ulike institutt på OsloMet vil kunne samarbeide og dele gode tanker og ideer til hva god undervisning kan og bør være. Et overordnet mål slik jeg ser det bør være å lære av hverandre og dele gode ideer på tvers av utdanningene og institusjonene. Hvis det legges det opp til presentasjoner og publisering i fellesskap er jeg villig til å bidra til dette samarbeidet. Målet må være å kunne være en lagspiller for å høyne kvaliteten på undervisningen ved OsloMet.

Litteraturliste

Biesta,G.J.J.(2014). *Pragmatising the curriculum: bringing knowledge back into the curriculum conversation, but via pragmatism*. The Curriculum Journal, 25:1, 29-49, DOI: 10.1080/09585176.2013.874954

Bjerke, A.H., Eriksen, E., Rodal, C., Smestad and Solomon, Y. (2013a). *Theorising mathematics teaching: pre-service teachers' perceptions before and during school placement* In: Pareliussen, I., Moen, B.B., Reinertsen A., Solhaug, T.: FoU i praksis 2012 conference proceedings, Akademika forlag Trondheim, pp. 20-27

Bjerke, A. H., Eriksen, E., Rodal, C., Smestad,B.,and Solomon, Y. (2013b). *A tripartite cooperation? The challenges of school-university collaboration in mathematics teacher education in Norway*. I Lindmeier, A. M. & Heinze, A. (Eds.). Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2, pp. 89-96. Kiel, Germany: PME.

Boaler, J., & Humphreys, C. (2005). *Connecting mathematical ideas: Middle school video cases to support teaching and learning*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Eriksen, E., Kjensli, G., & Rodal, C. (2016). *Den doble tallinjen som didaktisk modell for proporsjonalitet, introdusert i en realistisk matematikkundervisningstradisjon*. Ellen Konstanse Hovik og Bodil Kleve(red). Kap. 5 i Undervisningskunnskap i matematikk. Cappelen Damm Akademisk. ISBN 978-82-02-47065-4

Solomon, Y., Eriksen, E., Smestad, B., Rodal, C., & Bjerke, A. H. (2015). *Prospective teachers navigating intersecting communities of practice: early school placement*. Journal of Mathematics Teacher Education, 1-18.

Del 2: Vedlegg

Her kommer en skjematisk fremstilling vedleggene brukt i dette dokumentet:

Vedlegg	**Tittel**	**Kategori**	**Arrangør**	**Medforfattere**
1	CV og vitnemål*			
2	Mappekrav 7			Grethe Kjensli
3	Uttalelser fra nærmeste leder*			
4	*'Oppdrag' i matematikk - om å koble teori og praksis* (publiseres i løpet av 2019)	Vitenskapelig artikkel i antologi (Nivå 1).	Kapittel i **Praksis som integrerende læringsarena.** Kirsten Thorsen & Simon Michelet (red)	Annette Hessen Bjerke, Elisabeta Eriksen, Ida Heiberg Solem
5	*Retrospective reflections on 'Missions' as pedagogies of practice* (publiseres i løpet av 2019/2020)	Vitenskapelig artikkel (Nivå 1).	**Proceedings of the Eleven Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME 11.**	Annette Hessen Bjerke, Elisabeta Eriksen, Ida Heiberg Solem
6	*From emergency sirens to birdsong - Narratives of becoming a mathematics teacher* (2017)	Vitenskapelig artikkel (Nivå 1).	**Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME 10.** Dooley, Thérèse. Dublin City University & Gueudet, Ghislaine. University of Western Brittany, Brest. (Eds).	Annette Hessen Bjerke, Elisabeta Eriksen, Bjørn Smestad, Yvette Solomon
7	*Visualization of fractions – a challenge for pre-service teachers?* (publiseres i løpet av 2019/2020)	Vitenskapelig artikkel (Nivå 1).	**Proceedings of the Eleven Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME 11.**	Ellen Konstanse Hovik

*unntatt offentlighet

Vedlegg 1 – unntatt offentlighet

Vedlegg 2 – Mappekrav 7

Mappe 7

I dette mappekravet skal dere lage en filmsnutt på ca.5 minutter. Dere skal også skrive et refleksjonsnotat om arbeidsprosessen og filmen deres, og identifisere noen relevante nettressurser til temaet.

Filmen skal inneholde en presentasjon av en oppgave og et løsningsforslag/løsningsmetode.

Oppgaven skal passe til en gruppe elever på 7. trinn som ligger på et høyt matematisk nivå og som dermed trenger ekstra utfordrende oppgaver å jobbe med. Temaet dere skal behandle ligger i et eget dokument på Canvas og er hentet fra vårens semesterplan.

Dette skal dere gjøre i forkant av presentasjonen:

1. Lage eller finne en oppgave innenfor temaet dere har fått utdelt og som passer for målgruppen.

2. Lage to løsningsforslag som forklarer grundig hvordan oppgaven kan løses. Disse må dere skrive ned.

3. Når dere har laget oppgaven og løsningsforslagene, så skal dere lage en film som varer maks 5 minutter. I filmen skal dere presenterer oppgaven og vise ett av løsningsforslagene.

Fremføring:

1. Først skal dere presentere oppgaven og la de andre i klassen få 5 minutter til å løse den.

2. Så skal dere vise filmen for resten av klassen.

3. Etter at filmen er vist skal dere åpne for diskusjon/kommentarer fra medstudenter og lærere. Hvis det er noen av studentene i klassen som ikke forsto løsningsforslaget som ble vist i filmen så skal dere vise det andre løsningsmetoden på tavla. Det viktige er at alle studentene i klassen henger med!

I tillegg til filmen, skal dere søke på nettet etter filmer/oppgaver/spill eller aktiviteter som omhandler temaet dere har fått utdelt og som dere tenker egner seg til elever på 5. – 7. trinn. Dere skal velge to nettressurser som dere mener kan gi god læring. Valget dere har tatt skal begrunnes ut i fra LK06 og teori fra pensum. Tanken er at dere skal finne gode pedagogiske nettressurser som dere kan dele med resten av klassen. Sammen vil vi lage en idébank som dere kan bruke som nyutdannede lærere.

Dere lager så et dokument hvor dere leverer oppgaven, løsningsforslagene, lenkene til nettressursene med begrunnelser, og et refleksjonsnotat over filmen dere har laget. Dette dokumentet og filmen skal leveres i Canvas innen slutten av uke 20. Fremføringen av mappekravet vil skje i undervisningen i uke 18 eller uke 19**. Alle gruppene må være ferdig til å fremføre mappekravet i uke 18**

Lykke til!
Camilla og Grethe ☺

Vedlegg 3 – Unntatt offentlighet

Vedlegg 4 – 'Oppdrag' i matematikk - om å koble teori og praksis

'Oppdrag' i matematikk - om å koble teori og praksis

Dette kapittelet presenterer en studie om 'Oppdrag', en type arbeidskrav brukt i matematikk for lærerstudenter. Oppdrag er tenkt som en brobygger mellom teori og praksis i grunnskolelærerutdanningen, der studentenes egne forskningsbaserte undervisningssekvenser skal ses på med teoretiske briller og der teorien brukes som et verktøy til refleksjon. Resultatene viser at studentene mener at oppdrag bidrar til deres utvikling som fremtidige matematikklærere på en helt annen måte enn veiledet praksis. De oppgir at rammene til arbeidet med oppdrag, med krav om grundig for- og etterarbeid av undervisningssekvenser, gir dem tid og anledning til å konsentrere seg om matematikklærerrollen heller enn klasselederrollen. I tillegg legger oppdragene til rette for at studentene skal gjøre seg refleksjoner om matematikken og dens didaktikk.

Innledning

I 2005 hevdet en ekstern evalueringsrapport at lærerstudenter erfarer en manglende sammenheng mellom lærerutdanningen på høgskoler og praksis i skoler (NOKUT, 2005, s. 24-25). Rapporten får støtte i forskning som påpeker at studenter ofte opplever en spenning mellom undervisning på lærerutdanningsinstitusjoner og det som skjer i praksis (Hansén, 2006; Nolan, 2012), der studenter opplever veiledet praksis som mest betydningsfull med tanke på fremtidig yrke (Bjerke, Eriksen, Rodal, Smestad & Solomon, 2013a; White & Forgasz, 2016). Studenter tar avstand fra teoretiske perspektiv dersom det kommer i konflikt med det de møter i praksis, noe som ytterligere påpeker et 'styrkeforhold' mellom teori og praksis i lærerutdanningene (White & Forgasz, 2016).

Samtidig som utdanningspolitiske bestemmelser sjelden viser seg å være sterkt forankret i forskning, har lærerutdanningens innhold og organisering blitt mer sentralt kontrollert de siste to tiårene (Smith, 2016). I Norge har dette ført til en utvidelse av praksisperiodene (Regjeringen, 2016) som vanskelig kan sees i seg selv å styrke sammenheng mellom teori og praksis. Matematikkdidaktikere er skeptisk til slike grep (McDonald et al., 2014). Også i Norge er det argumenter som støtter skepsisen: Det er store forskjeller på det studenter møter i praksisperiodene, og veiledet praksis handler i liten grad om systematisk å analysere erfaringer i lys av teori (Solomon, Eriksen, Smestad, Rodal & Bjerke, 2017). Men hva alternativet er, er en pågående debatt. Det å finne de gode oppgavene og innholdskomponentene i lærerutdanningen kan vise seg å være avgjørende for utvikling av fremtidige matematikklærere (Tirosh, 2008). Det er altså ikke nytt at en forsøker å sette fokus på arbeidsformer og innhold som kan supplere teori og veiledet praksis, og som samtidig kan bygge bro mellom disse to hovedkomponentene i lærerutdanningen.

I dette kapittelet vil vi se nærmere på studenters erfaring med 'Oppdrag' som en tenkt brobygger mellom teori og praksis i lærerutdanningen. Oppdrag er obligatoriske arbeidskrav opprinnelig utviklet med tanke på videreutdanningskurs i matematikk for lærere. Målet med denne type arbeidskrav var at læreres egen praksis skulle være et sentralt element og sentreringspunkt i videreutdanningskursenes teoriundervisning (Kværne & Solem, 2012; Kværnes, 2013). Senere ble oppdrag inkludert som et arbeidskrav for studenter, som et tillegg til, og uavhengig av veiledet praksis. Ideen med oppdragene er at studentene i grupper på 3-5 enten skal observere og fortolke elevers strategier og metoder knyttet til tallforståelse og regning med tall eller planlegge og gjennomføre en aktivitet med elevene der de ser på generalisering, algebraisk tenkning, argumentasjon og bevis, oppdagelse av mønstre og sammenhenger. Ett viktig premiss er at elevene arbeider utforskende – en arbeidsform som er uvanlig for de fleste studentene. Det vil si at elevene får utfordringer i matematikk – oppgaver og spørsmål der de ikke har ferdige prosedyrer for løsning, men der de må undersøke, prøve ut strategier, lete etter mønster, forklare og begrunne (Alrø & Skovsmose, 2005; Skovsmose, 1999). I forkant av møte med elever i skolen skal studentene tenke gjennom hvilke innspill, løsninger og feilslutninger elevene kan komme med – og hvordan de som studenter vil møte disse. Underveis skal studentene merke seg elevenes tenkning, hvordan elevene kommuniserer sine ideer og hvordan de som lærere gir dem støtte og utfordringer. I etterkant skal studentene levere en skriftlig oppgave der de analyserer og drøfter observasjoner og elevarbeider knyttet til teorien som presenteres for dem i kurset. De skal kritisk reflektere over aktivitetene de valgte, gjennomføringen og egen rolle som lærer i samspillet med elevene.

Gjennom arbeid med oppdrag knyttes teori i kurset direkte til praksisfeltet 'i nåtid' og ikke utelukkende til en eksamen som kommer på slutten av kurset og som er situert på lærerutdanningsinstitusjonen alene. Vi gir studenter en stemme i dette kapittelet som har til hensikt å vise betydningen av oppdrag i matematikk som en viktig komponent i fremtidig lærerutdanning. Med bakgrunn i dette ønsker vi å stille følgende forskningsspørsmål:

1. Hvilke erfaringer får studentene gjennom oppdrag i matematikk, og hvordan relaterer de disse erfaringene til læring på de to arenaene, universitet og veiledet praksis?

2. Hvordan opplever studentene oppdrag sett i sammenheng med deres utvikling som matematikklærere?

Bakgrunn og litteratur

Det er grundig dokumentert at studenter opplever motsetninger i matematikkfaget slik det teoretiseres på universitetet versus hvordan det oppleves i praksisfeltet (Bjerke, Eriksen, Rodal, Smestad & Solomon, 2013b; Gainsburg, 2012; Nolan, 2008). Det er selvsagt mange grunner til denne manglende sammenhengen, der et rådende testregime må ta noe av skylden. Dette følger i kjølvannet av de internasjonale testene (som TIMSS og PISA) der økt prestasjonsnivå gjennom en effektivisering av undervisningen blir sentralt (Smith, 2016). Kanskje spesielt i matematikkfaget resulterer dette i et press om å lære mye på kort tid, noe som igjen fører til et fokus på instrumentell innlæring, og en undervisningspraksis der læreren har som mål å trene elevene i bruk av riktig metode, heller enn å støtte dem i å resonnere og oppnå relasjonell forståelse (som definert av Skemp (1976)). Denne instrumentelle tilnærmingen står i sterk kontrast til den mer utforskende tilnærming som ofte promoteres av lærerutdannere i matematikkfaget (Barnes, Cockerham, Hanley & Solomon, 2013; Solomon, 2009; Solomon et al., 2017). Nolan (2012) påpeker at spenningen mellom skolens praksis og universitetets teoretisering av praksisen gjenspeiler konflikten mellom utforskende (inquiry-based) fokus på universitetsnivå og instrumentalisme i praksisskolene, og at i tillegg til testregimets påvirkning på undervisningsvalg i skolen, så vil studenters habitus spille en sentral rolle. Habitus er sterkt forankret i erfaringer fra egen tidlig skolegang og er derfor veldig vanskelig å endre (Nolan, 2012). Synet på matematikkundervisning og hva som er 'riktig' praksis farges av minner fra egen skolegang (Arvold, 2005; Nolan, 2008). Det blir derfor viktig å tilby studenter erfaringer som gjør det mulig å kritisk reflektere over erfaringer fra egen skolegang, samtidig som de tilbys veiledning i mindre kjente tilnærminger til undervisning (Leavy & Hourigan, 2016).

Vårt utgangspunkt er dermed nødvendigheten av at studenter engasjerer seg i kritisk reflekterende praksis og behovet for å skape nærmere forbindelser mellom universitetskurs og veiledet praksis underveis i lærerstudiet. Vi ønsker å se nærmere på hvordan oppdrag kan bidra til å koble de to feltene, og om denne arbeidsformen kan gjøre sitt til at studentene tar reflekterte valg som i større grad forankres i teori.

Lærere som kritisk reflekterer over egen praksis viser seg å være mer åpne for nye pedagogiske vinklinger, å være bedre rustet til å respondere på undervisningsdilemmaer, og mer villig til å ta sjanser (Darling-Hammond & Bransford, 2007; Zeichner & Liston, 2006). Det er ingen grunn til å tro at ikke dette også gjelder studenter. Refleksjon kan nemlig være mer enn å se seg tilbake, det kan også knyttes til fremtidige aktive valg som lærer (Lauriala, Kukkonen, Denicolo & Kompf, 2005). Siden det å utvikle evnen til refleksjon kan vise seg å være spesielt utfordrende i lærerutdanningen (Leavy & Hourigan, 2016), blir det viktig å få inn arbeidsformer som fokuserer på målrettet refleksjon i fellesskap, som en øvelse for senere å oppnå reflekterte handlinger siden «reflection-on-action, where the process is purposefully slowed down, coached, and carried out in the company of others, becomes practice for reflection-in-action» (Rodgers, 2002, s. 234).

Å kunne analysere undervisning i faget er blant de mest sentrale kompetansene en matematikklærer må besitte. Dette innebærer å kunne bryte ned undervisningen i komponenter, å rette oppmerksomheten mot enkelte hendelser og interaksjoner av betydning for elevers læring, og å la disse analysene danne grunnlaget for valg om veien videre (Sun & van Es, 2015, s. 201).
Dette gjenspeiles også i de nasjonale retningslinjene for lærerutdanning:

- Matematikklærere må kunne analysere elevenes matematiske utvikling, være gode matematiske veiledere og samtalepartnere, kunne velge ut og lage gode matematiske eksempler og oppgaver som fremmer alle elevers matematiske kompetanse, kreativitet og positive holdning til matematikk. (Nasjonal råd for lærerutdanning, 2016, s. 23)
- Lærere skal invitere elever til å dele sin matematiske tenkning, lytte til og vurdere denne med tanke på utvikling av matematisk kompetanse. (Nasjonal råd for lærerutdanning, 2016, s. 23)

Intensjonen med oppdrag i matematikk er nettopp å styrke sammenhengen mellom det teoretiske perspektivet fra pensumlitteraturen og erfaringene med å samhandle med barn om matematikk gjennom at studentene får prøve ut noe av det de blir introdusert for på universitetet og at de analyserer samhandlingen med elevene i etterkant av undervisningen. Ideen med oppdrag er knyttet til en forståelse av lærerkompetanse som noe dynamisk og handlingsrettet som må utvikles i tett samhandling med praksisfeltet (Kværne & Solem, 2012; Kværnes, 2013). Kontrasten mellom teori og praksis blir tydeliggjort av Boaler som skriver: «There is a widespread public perception that good teachers simply need to know a lot. But teaching is not a knowledgebase, it is an action» (Boaler, 2003, s. 12). Det betyr at teoretisk kunnskap må transformeres til handling for at den skal bli verdifull i og for undervisningen. Boaler hevder videre at lærerutdannere har et ansvar for å hjelpe lærere med denne transformasjonen og bruker en metafor knyttet til dans: «Dancers could not learn their craft by observing dance, or reading about successful dance. Teachers too need to learn their ‘dance’ by engaging in the practice of teaching» (Boaler, 2003, s. 13).

Innovasjoner i lærerutdanningen, slik som oppdrag i matematikk, må veies opp mot det som ønskes oppnådd. Dersom målet er å utdanne ‘gode’ matematikklærere, må vi spesifisere hva det innebærer. Schoenfeld og Kilpatricks (2008) har utviklet et rammeverk for dyktighet (eng. *proficiency*) i å undervise matematikk som tar i betraktning både kunnskap om det teoretiske perspektivet og kompetansen til å sette handlinger ut i praksis. Dette rammeverket omfatter sju dimensjoner, hvorav tre handler om kunnskap, tre om handlinger i klasserommet og den siste er den viktige refleksjonen om egen praksis, sett på som den ultimate nøkkelen til profesjonell utvikling. Refleksjon har allerede blitt omtalt i dette kapittelet, og vi gjør nå kort rede for de andre dimensjonene.

Kunnskapsdimensjonene handler om skolematematikk i dybde og bredde, og elever som lærende og tenkende mennesker. Å kunne skolematematikken i dybde og bredde innebærer å kunne representere matematiske ideer på flere måter, å forstå og se sammenhenger mellom sentrale matematiske temaer, og å forstå hvordan matematiske ideer utvikler seg. Kunnskap om elever som tenkere forutsetter en erkjennelse av at elever kan komme med verdifulle matematiske innspill uten å ha fått formell opplæring innenfor temaet. Kunnskap om elever som lærende mennesker inneholder en bevissthet om hvordan en lærers teoretiske perspektiv på læring spiller inn i de avgjørelser som tas i klasserommet.

Handlingskompetansene omhandler det som læreren må kunne gjøre i klasserommet. Det innebærer å skape og lede læringsmiljøer hvor elevene er aktive i å utvikle sin forståelse. Det inkluderer også å utvikle holdninger, tenkemåter og verdigrunnlag på fagets premisser. Læreren må kunne styre interaksjonen i klasserommet, og må derfor kunne utvikle normer - som å begrunne sine påstander, å formulere hypoteser. Læreren må kunne støtte opp under en klasseromdiskurs der det forventes at elevene får rom til å si seg enig eller uenig i hverandres påstander ut fra et faglig ståsted og lytter til hverandres faglige argumenter. Kompetansen i å bygge gunstige relasjoner for læring bygger på antakelsen om at undervisning i høyest mulig grad er relasjonell, slik at studentenes bakgrunn, tillit til læreren og interesser er faktorer i læringsutbyttet.

Metode

Vi gjør nå kort rede for metodiske aspekter ved studien, nærmere bestemt hvem deltakerne i prosjektet er, hvordan datainnsamlingen ble gjennomført, bakgrunnsopplysninger om oppdragene omtalt i datamaterialet, og fremgangsmåten for koding av datamaterialet.

Deltakere

Deltakerne i forskningsprosjektet er tredjeårs studenter fra grunnskolelærerutdanningen 1.- 7. trinn som tar Matematikk 2, et fordypningskurs som bygger på det obligatoriske 30 studiepoengskurset som går over studiets to første år. Alle studentene på kurset ble invitert til å delta i forskningsprosjektet, og ti av dem meldte seg frivillig.

Datainnsamling

De ti tredjeårsstudentene ble intervjuet parvis av to forskere bak dette kapittelet. Student 1 og 2 ble intervjuet samtidig, det samme gjelder 3 og 4, 5 og 6, 7 og 8 og student 9 og 10. Intervjuspørsmålene dreide seg i hovedsak om oppdragenes hensikt og funksjon, opplevelse av bruken av matematikkdidaktisk teori, og erfaringer med oppdragene som en innfallsvinkel til praksisfeltet sett i sammenheng med deres erfaringer fra (programfestet) veiledet praksis. Spesielt var det viktig å forstå på hvilken måte de opplever å klare å ta det teoretiske perspektivet som de møter på universitetet med inn i oppdrag og i veiledet praksis. Vi ba dem diskutere utbytte av veiledet praksis og av oppdragene, med tanke på deres utvikling som fremtidige matematikklærere.

Oppdragene i Matematikk 2

I dette avsnittet gjør vi rede for aspekter ved oppdragene som er relevante for analysen av datamaterialet og drøfting av funnene, for eksempel utforming av oppdragene og de teoretiske perspektivene studentene kjenner til gjennom pensumlitteraturen på kurset. Begge oppdragene i Matematikk 2 har fokus på aktiviteter der elevene blir utfordret til å undersøke, forklare og begrunne. Oppdragene blir gjennomført høstsemesteret 3. studieår. Oppdrag 1 er styrt fra faglærernes side, mens Oppdrag 2 stiller studentene friere. I Oppdrag 1 skal studentene arbeide med generalisering ved å gjennomføre «The border problem» eller «Rammeproblemet», en aktivitet beskrevet og drøftet i en av kursets pensumbøker (Boaler & Humphreys, 2005). I boka, som inkluderer videoopptak av undervisningsopplegget, ser man hvordan elevene kan guides gjennom produktive diskusjoner med faglig klart fokus der det overordnede målet er å utvikle elevers relasjonelle forståelse i matematikk. Før studentene gjennomfører aktiviteten med elever, har de selv arbeidet med problemet i egen undervisning.

I Oppdrag 2 skal studentene selv velge en aktivitet knyttet til undersøkende virksomhet (Skovsmose, 1999) i matematikk. Utover dette kravet kan de ta egne valg i planlegging og gjennomføring. Studentene ble eksplisitt bedt om å fokusere på kommunikasjon mellom elev-elev og mellom student-elev i lys av pensumlitteraturen (f. eks. Wæge (2015); Solem og Ulleberg (2013); Alrø og Skovsmose (2005).

Koding av datamaterialet

Basert på analyser av aktuell norsk forskning presenterer Fauskanger og Mosvold (2014) en klargjøring av begrepet *innholdsanalyse* knyttet til kvalitativ utdanningsforskning. De avklarer bruk av innholdsanalyse i forhold til skriftlige data, og da spesielt transkripsjoner, og presenterer tre tilnærminger: summativ, konvensjonell, og teoridrevet innholdsanalyse.

Vår analyse er todelt. I det første steget valgte vi å ta utgangspunkt i Schoenfeld og Kilpatricks (2008) teoretiske rammeverk, der vi har utviklet analytiske kodingskategorier som er tett knyttet til rammeverket. Vi argumenterer på denne måten for at Steg 1 av analysen faller inn under det Fauskanger og Mosvold (2014) omtaler som teoridrevet innholdsanalyse. Denne tilnærmingen baserer seg på en deduktiv kategorisering (Bryman, 2012).

Kodingen i Steg 1 ble først individuelt utført av forfatterne, deretter ble kodingen sammenlignet og diskutert til enighet om kodingskategoriene var oppnådd. I stedet for å sortere funnene fra analysen etter kodingskategoriene, ble de koda tekstutsnittene sortert etter meningsinnhold i analysens Steg 2. Dette resulterte i fire tematiske inndelinger der alle sitatene under hvert tema (presentert ved egne deloverskrifter i analysekapittelet) er der som et resultat av analysene i Steg 1. Under følger en gjennomgang av rammeverket som danner grunnlaget for analysene i Steg 1.

Rammeverket satt frem av Schoenfeld og Kilpatrick (2008) er omtalt i teoridelen av dette kapittelet, og ble valgt som utgangspunkt for analytiske kategorier fordi det tar hensyn til både teori og praksis. For å kode transkripsjonene operasjonaliserte vi de sju omtalte kategoriene for å fange opp kompleksiteten i det som kreves av en matematikklærer (kunnskapsgrunnlaget, elevers læringsprosesser, læringsmiljøer, klasseledelse i faget, refleksjon i og om praksis), slik at hver kategori omfatter både eksempler på situasjoner (faktiske eller hypotetiske), men også mer generelle kommentarer. Det er en forutsetning at utsagnene kan knyttes umiddelbart til en av kodene («det er på en måte refleksjon du lærer mest av» kodes som *kompetanse i å reflektere om egen praksis*), eller at de kan knyttes til gjeldende kategori gjennom pensumlitteraturen som tilhører kurset («Det er viktig at vi snakker matte, viktig å ha den samtalen, hvorfor er det sånn» kodes som *kompetanse i å utvikle og lede læringsmiljøer* på grunn av kursets pensum om klassesamtalens rolle i læringsmiljøer).

Siden det er få deltakere i vår undersøkelse velger vi å holde oss så nært opp til det teoretiske rammeverket som mulig når vi operasjonaliserer hva den dyktige matematikklærer vil bety i vår kontekst. På denne måten vil de sitatene vi velger å presentere fremkomme som et resultat av systematiske analyser som igjen er basert på eksisterende teori. Vi har ikke til hensikt å generalisere våre funn, men snarere få fram tendenser som er gjenkjennbare for involverte studenter og undervisere.

Analyse

I denne delen presenterer vi analysene, der alle de sju kodingskategoriene ble identifisert i datamaterialet, noen betydelig oftere enn andre. Gjentatte gjennomganger av de koda delene har gjort det mulig for oss å sortere funnene i fire hovedtemaer som blir presentert i hver sine delkapitler; Oppdrag og matematikk, oppdrag og matematikkdidaktisk litteratur, oppdrag og veiledet praksis, og oppdrag og fremtidig lærervirke.

Oppdrag og matematikk

Studentene fremhever at oppdragene gir dem muligheter til å utforske de sidene ved lærerrollen som fokuserer på matematikk som noe utover den utbredte oppfatningen av at ‘ting bare er sånn’:

> … å ta det med til faktiske elever er vel det som er ideen ... Og et annet perspektiv som slår meg nå, er at vi blir tvunget til å gå litt utenfor den, «sånn er det bare»-boksen ... (s4)

Oppdragene lar studentene få lov til å gå mer i dybden, og fokusere på matematikkens *hvorfor*, som er en av kunnskapsdimensjonene:

> [I oppdrag] så går man mer i dybden, og lærer mer om *hvorfor* det er sånn (s5)

Samtidig trekker studentene frem hvordan oppdragene utvikler deres evne til å ta tak i det uforberedte. De presiserer at oppdragene gjorde at spørsmålene og svarene som kan komme i matematikklasserommet ble mer gjennomtenkt på forhånd:

> Det er veldig mye sånn hvordan man forberedte seg til de ulike svara som kan komme da, eller spørsmål, … man sitter hele tiden og funderer på hvordan det kan være et mulig scenario, også forberede, på en måte, hvordan du kan forklare videre derfra da (s8)

S1 sier at oppdragene har hjulpet dem til å se at elevene trenger tid til å oppdage sammenhenger i matematikken på egenhånd. Slike erkjennelser kan en åpenbart finne støtte for i matematikkdidaktisk forskning, men gjennom Schoenfeld og Kilpatricks (2008) rammeverk kan en i tillegg se på dette som et uttrykk for at studentene opplever at skolematematikken har en bredde og dybde som elevene må få tid til å oppdage, og at elevene som tenkende mennesker kan spille inn verdifulle ideer som godt kan avvike fra det studentene selv tenker når de løser de samme oppgavene. Studentene erfarer at hvis de gir elevene hjelp for tidlig i læringsprosessen, så hindrer de elevene i å oppdage disse sammenhengene selv:

> … også så jeg for eksempel eksempler på at hvis vi tok ordet for tidlig så kunne man faktisk hindre elevene fra den oppdagelsen (s1)

Utsagnet til s1 er at av mange eksempler på at studentene opplever at oppdraget hjelper dem i å utvikle en kompetanse som tilrettelegger for å bygge forståelse i matematikk. I tillegg sier det noe om studentens kunnskap om elevene som lærende mennesker - det å oppdage sammenhenger selv er noe helt annet enn å bli presentert for en løsning.

Oppdrag og matematikkdidaktisk teori

Når studentene skal forklare grunnen til at dette *hvorfor* i matematikken kommer i fokus når en jobber med oppdrag, trekker flere av studentene frem verdien av samtaler i matematikken. Klasseromsamtalen, som er grundig omtalt i matematikkdidaktisk forskning og som inngår i pensumlitteraturen (f.eks. Boaler og Humphreys (2005)), er et eksempel på at oppdrag hjelper studentene til å se at teori som formidles på universitetet kan fungere og brukes i praksis:

> Det er viktig at vi snakker matte, viktig å ha den samtalen, hvorfor er det sånn ... Å ha fokus på den kommunikasjon, som elevkommunikasjon og snakke matematikk rett og slett, har blitt mer bevisst på det [i arbeid med oppdragene] … (s9)

Med dette understreker s9 at kommunikasjon i matematikk blant annet handler om å forklare - og at en lærer må besitte en bestemt handlingskompetanse som går ut på å utvikle normer i klasserommet som legger vekt på å bygge relasjonell forståelse (som definert av Skemp (1976), som er pensum i kurset).

Noen av studentene trakk frem opplevelsen av økt forståelse av begrepet undersøkende virksomhet (Skovsmose, 1999) gjennom at de selv skulle velge aktivitet i Oppdrag 2:

> da tenkte jeg veldig på spørsmålsbruk og hvordan, for at skulle være undersøkende virksomhet, og da var det jo alt, da følte jeg det var så mye på meg da (...) jeg vil at elevene skulle få oppleve undersøkende virksomhet (s6)

Kjennetegn for aktiviteter som egner seg til undersøkende virksomhet er gitt i teorien, og selv om eksempler er, som s4 uttrykker det, «et google-søk unna», så var studentene bevisst på utfordringen med å ta en slik aktivitet ut til elevene:

> vi visste jo med bakgrunn fra første oppdraget, at når vi kommer ut nå, så kommer det til å skje ting som vi ikke har klart å forutse (s4)

Denne refleksjonen fører også til begrunnede valg; noen studentgrupper holdt seg til aktiviteter som de har erfart på universitetet fordi «det greit at (...) det rammeverket som vi opererer innenfor er tydelig og kjent og forholdsvis enkelt» (s4), mens andre utfordret seg selv med å velge noe nytt fordi «vi fikk mye mer eierskap i undervisningsopplegget (...) og da synes jeg det er lettere etterpå å ta lærdom av det» (s3). Rammeproblemet i Oppdrag 1 ga en opplevelse av forutsigbarhet, «det var veldig deilig å kunne se en video av det, og så prøve å gjøre akkurat det samme, og få nesten like bra resultat» (s1), mens Oppdrag 2 tvang frem egne valg, som i noen tilfeller kunne slå uheldig ut, for eksempel ved at det å presse inn for mange oppgaver gikk på bekostning av dybden (s6). Det å reflektere over gjennomført arbeid og drøfte observasjoner skriftlig løftet frem konsekvensene av valg tatt både i forkant av og underveis i undervisningen.

Det å benytte undersøkende virksomhet som arbeidsmåte i oppdragene bidro til å utvikle både studentenes kunnskap om matematikk, om elever som tenkende og lærende mennesker, og handlingskompetansene i å utvikle læringsmiljøer (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008). Kontrasten med mer tradisjonelle arbeidsformer i matematikk ble fremhevet av flere:

> det er en måte å jobbe på som jeg ikke er vant med selv fra skole, men som fungerer veldig bra (…) jeg føler at jeg har lært om undersøkende virksomhet og hvordan gjøre det (s10)

Relasjonell forståelse, klasseromsamtale og undersøkende virksomhet er de mest fremtredende aspektene innen matematikkdidaktikk i datamaterialet, men teoretisk input fra universitetet i arbeidet med oppdragene er ikke begrenset til disse aspektene. En student trekker frem at arbeidet med oppdrag gjør at man får lest og gått i dybden på pensum:

> Gjennom oppdrag, så får jeg lest pensum. … Jeg føler når man har oppdrag, så går man mye mer i dybden, da får jeg virkelig satt meg inn i det (s5)

Hun får støtte i en annen students utsagn som sier «...at vi systematisk brukte pensum mye mer gjennom skrivingen i oppgaven» (s2).

Denne bruken av pensumlitteraturen blir ofte omtalt som et hjelpemiddel til refleksjon, som vi finner igjen som den sjuende dimensjonen i Schoenfeld og Kilpatricks (2008) rammeverk. Flere studenter fremhever hvordan refleksjonen i etterkant av gjennomføringen knytter teorien og pensum i kurset til praksis:

> At du jobber mer med teorien da, at du blir tvunget til å reflektere mer da, jeg tror ikke hele min gruppe kanskje hadde ville jobbet sånn som vi gjorde, hvis det ikke hadde vært sånn da. For jeg føler at refleksjonsdelen, jeg lærer mest av da, å sitte og gruppe-reflektere (s7)

Og medstudenten er helt enig: «… jeg tenker jo også det at det er på en måte refleksjonen du lærer mest av» (s8).

Oppdrag kontra veiledet praksis

Studentene vektlegger at oppdragene hjelper dem til å reflektere over forskjellen på å jobbe med matematikk selv, og det å skulle få andre til å gjøre det:

> Jeg fikk reflektert over spørsmål som jeg kanskje ikke tenker så mye igjennom, ved å løse oppgavene selv. Jeg skjønte at dette betyr jo på en måte å oversette dette til praksis da. Så det har oppdragene vært en veldig et flott verktøy for meg da (s1)

Medstudenten utdyper, og påpeker at de i oppdrag er teorinære i refleksjonen sin, noe hun bruker til å skille utbyttet fra oppdrag fra det de sitter igjen med etter veiledet praksis:

> Du tenker mye mer igjennom hvordan du vil … hvordan du vil bruke det i praksis, og etter at du har utført oppdraget ..., så er det mye lettere reflektere over da hvordan kunne vi gjort dette annerledes. Litt samme som man gjør i [veiledet] praksis, men du tenker på det på en helt annen måte [i oppdragene], fordi du skal skrive … her så må du på en måte tenke mer selv, tenke på teorien rundt som du har lest, rundt på en helt annen måte enn det du gjør i [veiledet] praksis (s2)

Oppdrag skal være noe annet enn veiledet praksis, og s2 påpeker at i oppdragene handler det om detaljer helt ned på valg av ord. Og ikke bare det, etter gjennomføringen må de tenke over egen rolle i arbeidet med å bygge elevers forståelse innen faget, som vi kjenner igjen som en av handlingskompetansene i Schoenfeld og Kilpatricks (2008) rammeverk:

> Hvordan ordla du deg for elevene? Å tenke over i etterkant, ville det vært bedre å si det på denne måten istedenfor? (s2)

Det sies ikke eksplisitt, men her snakker studenten om lærerens rolle i utvikling av interaksjonsmønstre i klasserommet, der samtaletrekk i dialog med elevene settes i fokus (slik vi kjenner det fra pensumlitteraturen, e.g. Wæge (2015)). Hun fortsetter å sammenligne oppdrag og veiledet praksis:

> … når du er i praksis, har du 10 timer du skal forberede, og lage opplegg til. Så du har ikke tid til å gå så dypt inn i arbeidet da ... Også er det jo det med oppdragene, at man er 4 stykker som har gjennomført det sammen, så det er mye større mulighet til å kaste litt ball med hverandre da, og diskutere litt, og reflektere litt sammen (s2)

I et av de andre utsagnene i materialet blir det matematikkfaglige fokuset i oppdrag fremhevet i sammenligningen mellom oppdrag og veiledet praksis:

> Sånn sett, så kunne vi like gjerne hatt … 3 oppdrag og ingen praksisperioder (...) i forhold til faglig utbytte i matematikkfaget (...) for [veiledet] praksisen det er god trening, men så får du kanskje ikke så mye av den faglige refleksjonen, men mer den organisatoriske (s3)

> Den [veiledete praksisen] går jo veldig mye på det organisatoriske (...). Og det er jo strengt tatt nødvendig, vi skal jo gjøre det (...) Det er klart at det kommer jo noe fagspesifikt innimellom også, men det er sjeldnere, det er oftere bare det organisatoriske som er i fokus (s4)

S4 opplever at dette står i stor kontrast til arbeidet med oppdragene:

> For inntrykket er [at] når vi kommer inn og gjør oppdrag, så er motivasjonen vår helt annerledes enn når vi er ute i praksis. Her skal vi komme fram til et dokument etterpå, som er av betydning for vår skolegang videre da. Så jeg antar at det endrer det på et eller annet vis (s4)

Dette faglige fokuset i oppdragene gjør at de får ta et dypdykk som de ellers ikke har tid til:

> forrige praksisperioden min, så var vi 2 stykker som hadde en klasse, masse undervisning. Så vi hadde liten tid egentlig, også til å gjennomgå med veiledning da, førveiledning og etterveiledning (...) Men igjen så føler jeg meg bedre rustet til å kunne planlegge, etter å ha vært gjennom de oppdragene. Fordi du begynner å tenke på en annen måte, enn det du har gjort tidligere da (s2)

Opplevelsen av å være bundet til lærebøkene bidrar til tidspresset (s1). De mer selvstendige valgene de får anledning til å ta når de arbeider med oppdragene kjenner vi igjen som sentrale elementer i det å skape læringsmiljøer, som er en av handlingskompetansene i Schoenfeld og Kilpatricks (2008) rammeverk.

Oppdrag og fremtidig lærervirke

Studentene blir bedt om å kommentere verdien av oppdrag opp mot deres fremtidige virke som matematikklærere**.** Da svarer de:

> Man må sette seg inn i en hel annen måte å tenke på, man må være på elevenes nivå, og prøve å formidle noe som er kanskje høyere, men på en mer forståelsesfull måte. Så for meg var det en veldig fin erfaring i å skjønne hva er det det kreves av oss som lærere … Kontrasten mellom undervisningen som vi har på [universitetet og det en ser i praksis] ble ikke så stor når jeg skjønte at dette betyr jo å oversette dette til praksis da. Så det har oppdragene vært en veldig et flott verktøy for meg (s1)

> Og du får muligheten til å tenke godt igjennom - hva skal vi gjøre? Og hvorfor skal vi gjøre det vi skal gjøre? Og hva er det vi ønsker å oppnå til slutt? (s2)

En dyktig matematikklærer trenger kompetanse i å utvikle og lede læringsmiljøer der elevene er aktivt deltagende i å utvikle sin forståelse på fagets premisser. Det handler altså ikke bare om innhold, men også om den diskursen en utvikler for sitt eget matematikklasserom, som hører til kompetansen i å utvikle klasseromnormer og klasseromdiskursen (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008):

> Og det er ikke bare hva man underviser, men også hvordan man underviser det, som oppdraget har bidratt med (s1)

S4 oppsummerer hva verdien av oppdragene har hatt for dette studiet på denne måten, som noe praksisnært:

> … da er det jo disse oppdragene som på en måte blir rosinen i pølsa for fagdidaktikkstudier, på et vis… (s4)

Diskusjon

Med utgangspunkt i Schoenfeld og Kilpatricks (2008) rammeverk for dyktighet i å undervise matematikk har vi sett nærmere på hvordan oppdrag kan bidra til å bygge bro mellom disse to verdenene av teori og praksis, og hvordan studenter opplever arbeidet med oppdrag som en integrert del av fordypningskurset Matematikk 2. Det første forskningsspørsmålet tar utgangspunkt i dette skillet mellom teori og praksis, og vi spør *hvilke erfaringer studentene får gjennom oppdrag relatert til lærerutdanningens to arenaer.*

Studentene uttrykker at de får mye ut av erfaringene de gjør seg, der en student understreker dette ved å ønske seg et tredje oppdrag. Arbeidet med oppdragene oppleves som en mulighet til å gå mer i dybden matematikkfaglig, med fokus på forklaringer og begrunnelser der de får fokusert på matematikkens *hvorfor*. De erfarer at det å forstå matematikk tar tid, og at de derfor ikke må ta fra elevene opplevelsen av å selv se sammenhenger i matematikken. I sine refleksjoner tar de opp kontrasten mellom egne erfaringer med matematikk fra egen skolegang (ofte lærerstyrt og instrumentell) og den undervisningen de er pålagt i oppdragene (elevsentrert og relasjonell). Egne erfaringer er en faktor med stor betydning for hvordan matematikklærere underviser (e.g. Barnes et al. (2013); Solomon (2009); Solomon et al. (2017); Nolan (2012)) og studentene fikk en erkjennelse av at tilnærminger med teoretisk forankring 'fungerte' - elevene oppdaget viktige matematiske ideer, fikk økt motivasjon eller en opplevelse av å være aktiv deltaker i matematikk. Denne erkjennelsen er verdifull, siden handlinger i klasserommet er basert til dels på skjulte antakelser om elever som lærende mennesker (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008, s. 335).

Oppdragene legger opp til en undervisningsform der elevene er i sentrum. Dette blir sett på som vanskeligere enn den tradisjonelle lærersentrerte undervisningen (Gainsburg, 2012). Det var til hjelp for studentene å kunne 'herme' etter Humphreys ved gjennomføringen av Rammeproblemet, som er grundig dokumentert og drøftet i pensumlitteraturen (Boaler & Humphreys, 2005), og som studentene har erfart i undervisningen på universitetet. De hadde en referanseramme, og forventningene til egen gjennomføring med elever ble i stor grad oppfylt. Studentene oppgir at de dro lærdom av måten oppdrag 1 var introdusert og bygd opp på når de skulle i gang med Oppdrag 2. Gjennom Oppdrag 1 fikk de øve på bestemte handlinger, noe som viste seg å være et viktig ledd før Oppdrag 2 der studentene sto fritt til å velge aktivitet. Samtidig visste de hva som ble forventet av dem med tanke på detaljnivået i planleggingen og på samspillet mellom empiri og teori i det skriftlige arbeidet. Det varierte i hvor stor grad studentene var klare til å ta originale valg på Oppdrag 2, men de måtte forestille seg mulige elevsvar, og formulere spørsmål for å hjelpe elevene uten å ta fra dem muligheten til å resonnere selv. Det viste seg at disse forberedelsene ikke alltid var en god veiviser for det som faktisk foregikk i klasserommet, der flere hadde en tendens til å falle tilbake på gamle vaner, som å legge opp til for mye på for kort tid på bekostning av dybdeforståelse.

Når lærere blir gitt mulighet til å kritisk reflektere over egen praksis viser det seg at en blir mer åpen for nye pedagogiske vinklinger, og mer villig til å gå utenfor komfortsonen i undervisningen (Darling-Hammond & Bransford, 2007; Zeichner & Liston, 2006). I oppdragene jobber studentene aktivt med teori fra kurset i alle faser, nettopp i den hensikt å utvikle sin handlingskompetanse. De understreker at arbeidet får dem til å kritisk reflektere både over hva de forventer skal skje under gjennomføring av oppdraget og over egen rolle i etterkant. Disse refleksjonene er sentrert om spesifikke aspekter som for eksempel interaksjonsmønstre i matematikkundervisningen og kjennetegn på undersøkende virksomhet, sett i sammenheng med det elevene lærer om og i matematikk. Studentene trekker også frem at det å skrive en oppgave gjør at de reflekterer med utgangspunkt i teori på en helt annen måte enn det de gjør i veiledet praksis. I siste tilfelle handler refleksjonene først og fremst om organisatoriske aspekter, ikke de matematikkfaglige, noe som er et utbredt fenomen (f.eks. Solomon et al. (2017)). Det er en krevende oppgave å oppfostre studenters evner til å reflektere (Leavy & Hourigan, 2016). Studentene i vår studie fant støtte for faglig målrettet refleksjon i sine medstudenter, noe som er viktig med tanke på senere å oppnå reflekterte handlinger (Rodgers, 2002).

I vårt andre forskningsspørsmål spør vi *hvordan studentene opplever oppdragene sett i sammenheng med deres utvikling som matematikklærere*. Studentene forteller at de er blitt mer bevisst sin egen rolle som fremtidig lærer ved at de gjennom oppdrag fokuserer på kommunikasjon i klasserommet både gjennom teori og ved å prøve ut dette i praksis. Oppdragene har gjort dem bevisst på spørsmålsbruk, og hvordan dette vil være med på å forme den diskursen en utvikler for sitt eget matematikklasserom. Det å etablere og opprettholde en bestemt klasseromdiskurs er en viktig del av en læreres arbeid, det avgjør hvilke roller elever og lærere kan ta, og om elevene kan være i sentrum (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008, s. 342). Studentene understreker videre at refleksjonen de gjorde i etterkant av gjennomføringen av undervisningsaktivitetene har gjort dem mer bevisst på hvordan man samhandler med elever: Hvordan ordla jeg meg for elevene? Skulle jeg ha forklart det på en annen måte? Studentene gir uttrykk for at de har fått større innsikt i elevenes tenkemåte og gir tydelig uttrykk for at dette skyldes at i oppdragene har de tid til faglig fordypning med elevene.

Veiledet praksis handler i liten grad om systematisk å analysere erfaringer i lys av teori (Solomon et al., 2017). Dette står i sterk kontrast til arbeidet med oppdragene hvor studentene, med støtte i teori, fikk forberede seg i detalj, og hvor de i etterkant fikk god tid til å reflektere over hva som fungerte og hva som bør endres for fremtiden. Dette har gitt dem større innsikt i *hvordan* man underviser, og ikke bare fokus på *hva* man underviser. De forteller også at disse erfaringene gjør at de ikke blir låst til lærebøkene på samme måte som tidligere. Dette gjør at oppdragene kan fungere som et viktig og nødvendig supplement til veiledet praksis og på denne måten være en slik innholdskomponent som er etterspurt av Tirosh (2008), og som kan være avgjørende for utviklingen av fremtidige matematikklærere. Som en av studentene så fint sa det – oppdragene ser ut til å støtte studentene til å 'tenke utenfor boksen'. Vi som lærerutdannere kan bare håpe at det er noe de tar med seg inn i sitt framtidige virke som matematikklærere.

Konklusjon

Avstanden mellom teoretiske perspektiv på matematikkundervisning og studentenes erfaringer med å undervise er en utfordring for lærerutdanninger (Bjerke et al., 2013b; Gainsburg, 2012; Nolan, 2008). Det fysiske skillet mellom lærerutdanningens to arenaer universitet og praksisskole med hver sine lærerutdannere forsterker opplevelsen av at lærerutdanningens kurs og virkeligheten som møter lærerne i klasserommet er to forskjellige verdener. Dette fenomenet, omtalt som ‘to verdener paradigmet’ er blitt identifisert som en av grunnene til at nyutdannede lærere i sin undervisning i liten grad utnytter innspill de får gjennom kursene (Gainsburg, 2012). I vår studie fant vi at gjennom oppdragene ble avstanden mellom teori og praksis mindre ved at rammene for studentenes undervisning er styrt av faglæreren ved universitetet gjennom oppdragsteksten og den formative vurderingen av den skriftlige besvarelsen. I denne studien identifiserte vi faktorer som bidro i denne retningen, og som styrker vårt håp om at oppdrag kan fungere som en brobygger mellom teori og praksis. Et eksempel på dette er måten studentene støttet seg til teori når de reflektere rundt de valgene som ble tatt både før, underveis og etter gjennomføring av undervisningsaktivitetene. Oppdragstekstene stilte tydelige krav til undervisningsopplegget, krav som utfordret studentenes forestillinger om matematikk, samtidig som de hjalp dem med å strukturere sine refleksjoner og lede refleksjonene mot faglige i stedet for organisatoriske aspekter. Rammene rundt undervisning og veiledning i praksisperiodene, oppleves av studentene som mindre produktive for denne typen refleksjon. Tidspress, kravet om å følge lærebøkene, og den enkeltes opplevelse av å være alene om ansvaret for egen undervisning er slike eksempler.

Med hensyn til oppdragenes ulike bidrag, viste den gradvis høyere friheten til de to oppdragene å være meningsfull for studentene. Det å gjenskape et undervisningsopplegg i Oppdrag 1 hjalp dem til forstå kompleksiteten i valgene de måtte ta i Oppdrag 2, hvor kun arbeidsmåten var gitt. Inngående kjennskap til undervisningsopplegget de skulle gjenskape i Oppdrag 1 gjorde det mulig å reflektere underveis i undervisningen, noe som er vanskeligere å få til i etterkant av undervisningen (Rodgers, 2002, s. 233). Oppdragene blir ikke vurdert ut fra hvorvidt valgene studentene gjorde var ‘riktige’, men ut fra hvorvidt de begrunner og er bevisst sine valg og til eventuelle endringer de gjerne skulle ha gjort – det vil si ut fra refleksjoner. Premisset for denne type arbeidskrav er at refleksjon underveis og etter handling er en øvelse for senere å oppnå reflekterte handlinger (Rodgers, 2002). Det at de opplevde en økning i vanskelighetsgrad fra det ene oppdraget til neste er en indikasjon på behovet for flere oppdrag i løpet av et kurs.
Et overordnet mål med kurset er å utvikle lærere som tar i bruk refleksjon i gjennomføring av undervisning slik at deres handlinger i møte med elever er et resultat av bevisste og kunnskapsbaserte valg for å fremme elevers læring. Så gjenstår det å se om oppdragene fungerer som intendert: Denne studien grunn til å tro at disse studentenes fremtidige elever

blir møtt av den undersøkende og reflekterte matematikklæreren som tar i bruk teoretisk input fra universitetet i møte med virkelighetens klasserom.

Litteraturliste

Alrø, H. & Skovsmose, O. (2005). *Læring i spændingsfeltet mellem dialog, intention, refleksion og kritik*. L. o. F. Institut for Uddannelse, Aalborg Universitet, 2005.

Arvold, B. (2005). *Goals embedded in tradition: Springboards for mathematics teacher education*. Innlegg presentert ved 15th ICMI Study on the professional education and development of teachers of mathematics, Brazil.

Barnes, Y., Cockerham, F., Hanley, U. & Solomon, Y. (2013). 'How do mathematics teaching enhancement programmes 'work'?'. I V. Farnsworth & Y. Solomon (Red.), *Reframing educational research: Resisting the "what works"* (s. 37-49). London: Agenda.

Bjerke, A. H., Eriksen, E., Rodal, C., Smestad, B. & Solomon, S. (2013a). Theorising mathematics teaching: pre-service teachers' perceptions before and during school placement. I I. Pareliussen, B. B. Moen, A. Reinertsen & T. Solhaug (Red.), *FoU i praksis 2012* (s. 20-27): Akademika forlag Trondheim.

Bjerke, A. H., Eriksen, E., Rodal, C., Smestad, B. & Solomon, Y. (2013b). A tripartite cooperation? The challenges of school-university collaboration in mathematics teacher education in Norway. *Proceedings of the International Groups for the Psychology of Mathematics Education, 2*, 89-96.

Boaler, J. (2003). Studying and Capturing the Complexity of Practice--The Case of the. *International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1*, 3-16.

Boaler, J. & Humphreys, C. (2005). *Connecting mathematical ideas: Middle school video cases to support teaching and learning* Heinemann Portsmouth, NH.

Bryman, A. (2012). *Social research methods*. Oxford: Oxford University Press.

Darling-Hammond, L. & Bransford, J. (2007). *Preparing teachers for a changing world: What teachers should learn and be able to do* John Wiley & Sons.

Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2014). Innholdsanalysens muligheter i utdanningsforskning. *Norsk pedagogisk tidsskrift, 98*(02), 127-139.

Gainsburg, J. (2012). Why new mathematics teachers do or don't use practices emphasized in their credential program. *Journal of Mathematics Teacher Education, 15*(5), 359-379.

Hansén, S.-E. (2006). *Evaluering av allmennlærerutdanningen i Norge 2006: Hovedrapport*. NOKUT, Nasjonalt organ for kvalitet i utdanningen.

Kværne, L. & Solem, I. (2012). Hva ser lærerstudenter av elevers læring i matemaikk? En drøfting av studenters utvikling av læringsavdekkingskompetanse med hovedvekt på matematikk som aktivitet. I F. Rønning, R. Diesen, H. Hoveid & I. Pareliussen (Red.), *Fou i Praksis, rapport fra konferansen om praksisrettet FOU i lærerutdanningen* (s. 249-262): Tapir Akademisk forlag.

Kværnes, L. (2013). Utvikling av læreres undervisningspraksis i matematikk som en utforskende og reflekterende virksomhet. En teoretisk og empirisk grunnet drøfting. *Acta Didacta Norge, 7*(1), 1-19.

Lauriala, A., Kukkonen, M., Denicolo, P. & Kompf, M. (2005). Teacher and student identities as situated cognitions. *Connecting policy and practice: Challenges for teaching and learning in schools and universities*, 199-208.

Leavy, A. M. & Hourigan, M. (2016). Using lesson study to support knowledge development in initial teacher education: Insights from early number classrooms. *Teaching and teacher education, 57*, 161–175.

McDonald, M., Kazemi, E., Kelley-Petersen, M., Mikolasy, K., Thompson, J., Valencia, S. W. & Windschitl, M. (2014). Practice makes practice: Learning to teach in teacher education. *Peabody Journal of Education, 89*(4), 500–515.

NOKUT. (2005). Evaluering av allmennlærerutdanningen. Midtveisrapport fra ekstern komité. Hentet fra http://www.nokut.no/no/NOKUTs-kunnskapsbase/NOKUTs-publikasjoner/Programevaluering/Allmennlarerutdanning---Del-2-Institusjonsrapport/

Nolan, K. (2008). Imagine there's no haven: Exploring the desires and dilemmas of a mathematics education researcher. *The psychology of mathematics education: A psychoanalytic displacement*, 159-181.

Nolan, K. (2012). Dispositions in the Field: Viewing Mathematics Teacher Education Through the Lens of Bourdieu's Social Field Theory. *Educational Studies in Mathematics*, *80* (1-2), 201–216.

Regjeringen. (2016). *Slik blir den nye lærerutdanningen [This is the new teacher education]*. Hentet fra https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/slik-blir-den-nye-lararutdanningen/id2503270/

Rodgers, C. R. (2002). Seeing student learning: Teacher change and the role of reflection. *Harvard Educational Review, 72*(2), 230-253.

Schoenfeld, A. H. & Kilpatrick, J. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. *International handbook of mathematics teacher education, 2,* 321–354.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, *77*, 20–26.

Skovsmose, O. (1999). Undersøgelseslandskaber. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kan Det Virkelig Passe?* LR Uddannelse.

Smith, K. (2016). Functions of Assessment in Teacher Education. I J. Loughran & M. L. Hamilton (Red.), *International handbook of teacher education* (s. 405-428). London and New York: Springer.

Solem, I. H. & Ulleberg, I. (2013). Hva spør lærere om? En modell for å undersøke spørsmål som stilles i klassesamtalen i matematikk. I H. Christensen & I. Ulleberg (Red.), *Klasseledelse, fag og danning* (s. 139–155). Gyldendal Akademisk.

Solomon, Y. (2009). *Mathematical literacy: Developing identities of inclusion* New York: Routledge.

Solomon, Y., Eriksen, E., Smestad, B., Rodal, C. & Bjerke, A. H. (2017). Prospective teachers navigating intersecting communities of practice: early school placement. *Journal of Mathematics Teacher Education, 20*(2), 141-158.

Sun, J. & van Es, E. A. (2015). An exploratory study of the influence that analyzing teaching has on preservice teachers' classroom practice. *Journal of Teacher Education, 66*(3), 201-214.

Tirosh, D. (2008). Tools and processes in mathematics teacher education. I D. Tirosh & T. Wood (Red.), *The international handbook of mathematics teacher education* (bd. 2, s. 1-11). Sense Publishers.

White, S. & Forgasz, R. (2016). The practicum: The place of experience? I *International handbook of teacher education* (s. 231–266). Springer.

Wæge, K. (2015). Samtaletrekk – redskap i matematiske diskusjoner. . *Tangenten - tidsskrift for matematikkundervisning, 26*(2), 22–27.

Zeichner, K. & Liston, D. P. (2006). Teaching students to reflect. I D. Hartley & M. Whitehead (Red.), *Teacher Education: Major themes in education* (s. 5-34). London: Routledge.

Vedlegg 5 – Retrospective reflections on 'Missions' as pedagogies of practice

Retrospective reflections on 'Missions' as pedagogies of practice

Elisabeta Eriksen, Annette Hessen Bjerke, Camilla Rodal and Ida Heiberg Solem

OsloMet – Oslo Metropolitan University, Oslo; elisabeta.eriksen@oslomet.no; annette.hessen@oslomet.no; camilla.rodal@oslomet.no; ida.solem@oslomet.no

Many preservice teachers (PSTs) experience a tension between theoretical input from university and school placement. What to do about this theory-practice divide is an ongoing debate. In this paper, when investigating the potential of a type of assignment, 'Missions' to reduce this divide in mathematics teacher education, we give PSTs a voice in the matter. Their statements connect specific features of the assignments to theory on mathematics pedagogy and to professional practice. Two factors emerge as central to 'Missions' bridging theory and practice: PSTs' lack of familiarity with mathematical investigations and the synergies between several pedagogies of practice – both prior to and during the work on the assignments.

Keywords: Pedagogies of practice, missions, mathematics preservice teachers, theory-practice divide

Introduction and background

Preservice teachers (PSTs) often experience a disconnect and tension between theoretical input from university and practice in school placement (Nolan, 2012). When in conflict, PSTs reject theoretical perspectives from university, which highlights that, in their eyes, practice is a highly valued component of teacher education, more important than the university input for their future as mathematics teachers (Solomon, Eriksen, Smestad, Rodal, & Bjerke, 2017).

Nolan (2012) notes that, in mathematics, tension between practice in schools and university's theorisation of that practice mirrors the conflict between inquiry-based focus at university and instrumentalism in schools, where the PSTs' habitus play a pivotal role. Habitus is strongly rooted in experiences from early schooling, and is, for that reason, hard to change (Nolan, 2012). PSTs' ideas of what mathematics teaching is and ought to be, is influenced by memories from their own years as students (Arvold, 2005). For alternative views to stand a chance, it is important to offer PSTs opportunities to reflect critically over their own experience as students, at the same time as they are offered support in experimenting with less familiar approaches to teaching mathematics (Leavy & Hourigan, 2016).

As a response to this disconnect between theory and practice, in Norway, the practice component of teacher education is expanded. Researchers within the field are sceptical of such quantitative solutions for qualitative problems (McDonald et al., 2014): it is hard to see that such an expansion on its own can bridge the theory-practice divide, but what the alternative is, is an ongoing debate.

In this paper, we explore the potential of 'Missions', a type of assignment developed at our university, to be part of such a solution in mathematics teacher education. We do this through a two-pronged approach: first we analyse the text of the Missions in order to identify how they address theory and practice, and second, giving PSTs a voice in the matter, we investigate how they experience these assignments as part of their teacher education programme, which includes 100 days of school placement.

In the Missions, working in groups of 3 - 5 PSTs, the idea is for the PSTs either to observe and interpret students' strategies and methods within a topic, or plan and conduct an activity with students and holding a specific focus (mathematical or methodological). The chosen activity shall provide opportunities investigative work (Skovsmose, 1999). In preparation, the PSTs must think through what kind of suggestions, solutions and prior conceptions the students might bring up - and how to meet their contributions. During implementation, the focus shall be on student thinking, communication of ideas, and how the PSTs manage to challenge the students and provide support. After implementation, the process shall result in a written report where, on the basis of theory, PSTs shall analyse and discuss their observations and the work produced by the students. Critical reflection on the process and their own role as mathematics teachers is a crucial part of the report.

Theory

As teacher education is ultimately preparing PSTs for their professional practice, in recent years educational researchers have become increasingly preoccupied with how this is reflected in the design of the programmes. In mathematics teacher education, the inclusion of actual records of teaching, such as samples of student work and transcripts of classroom episodes, has become widespread, as they are seen as "extremely powerful sites for learning" (Boaler & Humphreys, 2005, p. 4).

One particularly useful tool for analysing the design of teacher education programmes, in this respect, comes from Grossman et al. (2009), who have developed a framework for pedagogies of practice, pedagogies used in the education of professionals in order to connect to their future practice. They have identified three types of pedagogies: *representations*, *decompositions* and *approximations of practice*.

Representations of practice are activities that illustrate facets of practice that allow novices to develop images of professional practice and ways of participating in it, such as portrayals of decontextualized classroom dilemmas that teachers pursue in their ongoing work. *Decompositions of practice* are activities in which teaching is parsed into components that are named and explicated, such as when analysing videos of lessons by using a certain framework. Finally, *approximations of practice* are activities in which PSTs engage in experiences akin to real practice that reproduce some of the complexity of teaching.

In mathematics teacher education, theoretical perspectives are often related to reform teaching. The relative difficulty of reform teaching can cause the teacher to fall back on more traditional, teacher-centred approaches. One way of addressing this during university courses, is through opportunities to experience alternative ways of teaching through *representations of practice* (e.g. by participating in student-centred teaching led by the course instructor), *decomposition of practices* (e.g. by using videos and analysing those based on specific theoretical frameworks), or *approximations of practice* (lesson planning, rehearsals, co-teaching with experienced teachers). In *approximations of practice*, the PSTs are enacting teaching practices, rather than contemplating them (Grossman et al., 2009).

The idea behind the Missions is closely connected to an understanding of teacher competence as something dynamic and action-oriented that needs be developed in close interaction with the field of practice (Kværne & Solem, 2012). If the goal is to educate mathematics teachers with such competence, we need to understand what this requires of the components we choose to incorporate in programme designs, such as the Missions. Schoenfeld and Kilpatrick (2008) have developed a theoretical framework for *proficiency* in teaching mathematics that considers both knowledge of theoretical perspectives and competence in enacting teaching practices. The seven categories are: *knowing school mathematics in depth and breadth*, *knowing students as thinkers, knowing students as learners, crafting and managing learning environments, developing classroom norms and supporting classroom discourse as part of "teaching for understanding", building relationships that support learning,* and *reflecting on one's practice*. The names of the categories are relatively self-explanatory and, for lack of space, we refer the reader to the original source for details.

Methods

This paper reports on a study with a generalist primary teacher education programme for grades 1 – 7 (ages 6 – 13) at a University in Norway. The participants are in their third year of a four-year programme, undertaking a specialization mathematics course that builds on the compulsory 30 ECTS in mathematics methods from the first two years. During each academic year, PSTs spend 30 days in school placement, leaving them with a minimum of 60 days in schools before their first Mission. All PSTs undertaking the course were invited to participate in the study, and ten volunteered.

The ten PSTs were interviewed in pairs. The questions raised in the semi-structured interviews focused on their ideas on two Missions' purpose and function, PSTs' perception of the use of theory, and their experiences with these two Missions. Considering their development as future mathematics teachers, we encouraged the pairs to discuss the role played by the Missions and by teaching mathematics in school placement.

The analysis of the two Missions is organised through a comparative perspective. Our analysis of the text of the two Missions is conducted in order to identify references to theory (operationalised through the syllabus of the course) and teaching practice (operationalised through tasks of teaching). Once these two Missions are identified as pedagogies of practice, we proceed to characterize them by means of the framework of Grossman et al. (2009), including an overview of constraints that are a means of reducing complexity.

In order to capture PSTs' experiences with these two Missions as pedagogies of practice, for our analysis of the interview data, we developed coding categories close to Schoenfeld and Kilpatrick's (2008) theoretical framework. This framework was chosen because it considers both theory and practice, and the seven aforementioned categories were operationalised in a way that enables PSTs' statements to be immediately linked to one of the categories, or associated to a category due to the literature in the course syllabus. The authors conducted the coding individually, and coding categories were discussed until agreement was reached.

Findings

To identify the two Missions' traits as pedagogies of practice, we begin with an analysis of the text of the assignments, before proceeding with an analysis on how PSTs perceive these two Missions and the university instructors' intentions in employing pedagogies of practice that both resemble normal teaching practice and reduce complexity.

The two Missions

Both Missions are reform-oriented, mathematical investigations (Skovsmose, 1999) as presented in the course syllabus – and requiring PSTs in groups to bring to the classroom activities where the students are challenged to explore, explain and justify mathematical ideas. In both cases a written report was required, a *decomposition of practice* addressing the planning stage, the implementation and the reflection following the lesson. Table 1 displays a comparison of the two Missions.

	Mission 1	**Mission 2**
Lesson type	Investigation	Investigation
Topic and activity	Algebra - The Border Problem (Boaler & Humphreys, 2005)	Not set
Grade, class size, timeframe	Not set	Not set
Methodical considerations	Follow closely the model in Boaler & Humphreys (2005) or make different choices as long as the investigative nature is preserved	Lead the lesson so that the investigative nature of the task is preserved
Collect documentation	Proof of the students' inquiry processes. Focus: The emergence of important algebraic ideas, students' use of representations as theorised in Boaler & Humphreys (2005)	Proof of the lesson being a true investigation as defined in Skovsmose (1999). Focus: The nature of teacher-student and student-student communication as theorised in the course literature (i.e. Solem and Ulleberg (2013))

Table 1: Comparison between the two Missions

In both cases, work on the Missions was preceded by teaching sessions at the university. In addition to introducing theoretical input, these sessions included a sequence of a *representation of practice* and a *decomposition of practice* directly relevant for each of the two Missions. Specifically, the course instructor opened each session by conducting an investigation with the PSTs ("The Border Problem" prior to Mission 1, and a selection of different investigative activities prior to Mission 2), collecting artefacts – *representations of practice* – underway. Next, the course instructor introduced a theoretical perspective and then presented the PSTs with opportunities to participate in a *decomposition of practice*, using theoretical perspectives in analysing artefacts from their own work, as well as from examples of implementations in primary and middle school classrooms. For Mission 1 an additional opportunity for the PSTs to engage with *representations* and *decompositions of practice* was provided, as Boaler & Humphreys (2005) is compulsory reading and includes a video recording of a classroom implementation of The Border Problem, as well as an in-depth discussion of that session. In Mission 2, the PSTs were free to choose the activity; although they could choose one where *representations* and *decompositions of practice* were available (e.g. the activities used by the course instructor), overall, support is reduced compared to Mission 1, and so the complexity is higher.

We argue that the two Missions ensure that the PSTs engage in *approximations of practice*. The assignments, as set by the course instructors, require planning and enacting a lesson, and are therefore proximal to the practice of teaching. At the same time, the complexity of the teaching situation is reduced by narrowing the scope to the specific traits of investigations, to the concept of variable introduced by translating between representations and to communication in the mathematics classroom, respectively. Additionally, complexity is reduced as the PSTs are only required to select some pivotal moments for discussion, and may simply ignore others. Rather than being evaluated based on how ‘successful’ the lesson has been in terms of learning goals for the students, the written report – a *decomposition of practice* – will be evaluated based on the manner in which PSTs connect observations from the classroom with the theoretical input from their course, as well as their reflections on the implementation. This gives room to experiment in a safe environment - reflections on ‘failures’ such as reducing a student’s opportunity for productive struggle, or on misinterpreting a student idea are welcome in the report, and will be regarded by the instructor as a positive learning experience for the PSTs. Finally, as the PSTs are required to work in groups, this provides them with a type of support unusual for the practice of teachers - at least in Norway.

PSTs’ reflections on the two Missions

The rationale of using pedagogies of practice is that they are simultaneously proximal to actual practice, and have reduced complexity. In the eyes of the PSTs, the main reason why the course instructor has chosen to give these two Missions is because enactment makes theory meaningful: “...a very good opportunity to understand what is expected of us as teachers, the contrast [between theory and practice] is not so great when I can try out what I’d learn about” (PST1).

Specifically, the contrast between the analytical stance of a *decomposition of practice* in isolation and the combination of *approximation* and *decomposition of practice* emerges as the PSTs reflect on how the two Missions supported their understanding of the concept of mathematical investigations:

> One could for sure just say: “Be careful, don’t deprive [the pupils] of this opportunity [to figure things out themselves]”, but this was something else entirely. It gave me a completely different awareness, by allowing me to experience it (PST2)

In both statements, the presence of the course instructor is noticeable - "what is expected", "one could [..] say", indicating they perceive the two Missions as part of teacher education, pedagogies of practice rather than pure professional practice.

In other statements, however, the perspective of professional practice emerges, with its demand on the PSTs' knowledge of the depth and the breath of mathematics: "you go deeper [in the mathematical ideas], and learn more about *why* it is like it is" (PST5).

Making sense of mathematics is an experience included even in *representations of practice*, such as the investigations led by the course instructor during the session at the university; however, planning for an actual lesson (i.e. an *approximation of practice*) is significantly different, forcing PSTs to consider not only themselves, but also the students:

> It takes a lot - preparing for all possible answers that might come, and all possible questions. You end up pondering imaginable scenarios and preparing how you could explain it from there (PST8)

The theme of *knowing students as thinkers*, their possible ways of approaching the tasks, and their possible questions, as well as the theme of *knowing students as learners*, what might be a helpful way of meeting their contributions, recur again and again as central to the assignment:

> Normally, if the students had given the wrong answer you would just think "OK, that's wrong". But as it is [in Missions], you have to think what might be the thought behind the answer (PST5)

PST7 relates her first-hand experience with the difference between *knowing students as learners*, and actually successfully *crafting and managing a learning environment* that aligns with that knowledge:

> You had gone through The Border Problem] quite thoroughly, you knew there were six ways [of thinking] and possible misconceptions and so on, you had seen quite a lot of examples [...] so you got started on Mission 1 from a position of strength. [... But] how we prepared [for the lesson in Mission 1] and how we put it across to the students did not help them as we thought it would. When we left the classroom we were thinking "Damn, we should have done a lot better!" We knew what to do – we had been through it all [at uni] – but we haven't dug deep enough (PST7)

As investigative work is at the heart of these assignments, the learning environment was often discussed in terms of characteristics of this approach:

> I still remember the maths classes where you practiced algorithms and if you asked why it worked, the teacher said "It's just the way it is". I can see it's tempting to say that… The Missions give us a chance - no, force us - outside the "It's just how it is"- box, since they are made so that the tasks don't work unless you actually understand. It's probably [their] the most valuable quality (PST4)

The comparative freedom in Mission 2, got mixed receptions:

> On the first assignment, you got very clear constraints on what to do. On the second one, my group chose to do several tasks, and then we didn't get the depth we needed, we sailed more on the surface of what an investigation should be (PST4)

> My group designed the activity [for Mission 2], and we found it gave us more ownership of the lesson. It was ours, and it was easier to learn from it. [Working with a given task in] Mission 1 was necessary to show us how to [investigate] (PST3)

Regardless of the risk for failure, the PSTs regard the two Missions as opportunities to think deeply about what happens in the interaction with the students:

> When you plan a lesson, teach it and then write about it, you become more aware of how you react to what the students say - it's not just that you ask them something, they say something in return and you don't think too much about the answer. You actually reflect on the conversation! (PST10)

The *classroom discourse in mathematics* appears often in PSTs' reflection. This could be in part due to the explicit focus on communication in Mission 2 (Table 1), that retrospectively spills over in what they remember from Mission 1, but could also be in part a direct consequence of having communicated with children, and being required to document it. *Establishing classroom norms* are mentioned in connection with these assignments as well: "The assignments contributed [towards the awareness that] it's not just what you teach, but how you teach it, too!" (PST1). However, this code appears less frequently, perhaps given that PSTs spent a short time with students during Missions.

In comparing the *approximations of practice* in Missions 1 and 2 with those of mentored teaching in school placement, some PSTs expressed the value they placed on school placement because it offered something unique: the teacher mentors' insight in building relationship that supports learning - "[the mentors] know the children, and know how they need to be taught" (PST9). One mentor made a lasting impression on PST1 because of her awareness of mathematics teaching as more than a collection of isolated moments: "My mentor wanted us to reflect on our role, what makes us teachers … She wanted us to take a long term perspective, more than just the weeks we were there, or the year" (PST1). Except for this relational aspect, and the opportunity to develop norms over time, the value of teaching in school placement did not connect to mathematics specifically:

> [In school placement] we were two in charge of a class - lots of teaching! There wasn't much time for either seeking advice or getting feedback (...) So [teaching in school placement] is something else [than the Missions] entirely but now I feel much better prepared for lesson planning - at least in maths, after having done the Missions. You start thinking in another way than before (PST2)

Time creates a constraint on reflection in school placement. By contrast, as we have seen, PSTs valued the opportunities that Missions 1 and 2 give them to *reflect on their own practice* by requiring to plan as a group, and to hand in *decompositions of practice*:

> You get an opportunity to think things through - what shall we do? And why should we do that? And what do we want to achieve in the end? (PST2)

> We could just as well had had three Missions and no school placement, if you are thinking in terms of mathematics. School placement is good practice, but you don't get much of the subject-specific reflection, more about the organisational aspects…The subject specific ends up neglected (PST3)

Discussion and concluding remarks

PSTs see the two Missions as *approximations* and *decompositions of practice* - close to teaching practice, enacting and analysing a practice of reduced complexity. As indicated in the introduction, the divide between theory and practice is an issue of great concern for researchers and teacher educators (Nolan, 2012); bringing theory into practice has proven difficult (Solomon et al., 2017).

In this study, we explored the potential of the two Missions to bring together theoretical perspectives with teaching practice. The framework used for the analysis (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008), with its double orientation towards theory and practice, allowed us to examine the two Missions' contribution to these two elements of mathematics teacher education in the PSTs' retrospective reflection. PSTs consider the two Missions as contributing to both dimensions, and, furthermore, they complement the contribution of teaching in school placement. Both the two Missions and school placement are *approximations of practice*. While the two Missions provide the mathematics-specific focus lacking from the school placement, the long-term aspects, such as building relationships with the students, are mostly lacking from the two Missions, - although they provide at least an opportunity to appreciate that certain classroom norms are worth attempting to establish.

The PSTs' reflections highlight the synergies between several pedagogies of practice. The interaction with real children (*approximation of practice*) and a focus that - by their own account - forces PSTs outside their comfort zone mathematically, as well as in terms of teaching methods. PSTs value the requirement of group work, and of submitting a *decomposition of practice*, a written report including a reflection drawing on theory. The progression from Missions 1 to 2 gives an opportunity to develop further. Everyone appreciated the role of Mission 1: it allowed PSTs to enact an investigative lesson by 'imitating' Humphreys' video (Boaler & Humphreys, 2005). The two Missions form a 'chain' of *approximations of practice* with an increasing degree of complexity from periods of mentored school placement, via a Mission 1, to a more open Mission 2. While some PSTs willingly took off the training wheels in Mission 2 and experimented with self-chosen activities, others stuck with the familiar examples from the class at the university (*representations of practice*). Habitus is strongly rooted and hard to change (Nolan, 2012), and these approaches to teaching mathematics is unfamiliar to many PSTs. However, if new approaches should stand a change, these opportunities to try out less familiar investigative activities, are of highly importance (Leavy & Hourigan, 2016).

References

Arvold, B. (2005). *Goals embedded in tradition: Springboards for mathematics teacher education*. Paper presented at the 15th ICMI Study on the professional education and development of teachers of mathematics, Brazil.

Boaler, J., & Humphreys, C. (2005). *Connecting mathematical ideas: Middle school video cases to support teaching and learning*: Heinemann Portsmouth, NH.

Grossman, P., Compton, C., Igra, D., Ronfeldt, M., Shahan, E., & Williamson, P. (2009). Teaching practice: A cross-professional perspective. *Teachers College Record, 111*(9), 2055–2100.

Kværne, L., & Solem, I. (2012). *Hva ser lærerstudenter av elevers læring i matemaikk? En drøfting av studenters utvikling av læringsavdekkingskompetanse med hovedvekt på matematikk som aktivitet.* Paper presented at the Fou i Praksis, rapport fra konferansen om praksisrettet FOU i lærerutdanningen, Trondheim.

Leavy, A. M., & Hourigan, M. (2016). Using lesson study to support knowledge development in initial teacher education: Insights from early number classrooms. *Teaching and teacher education, 57*, 161–175.

McDonald, M., Kazemi, E., Kelley-Petersen, M., Mikolasy, K., Thompson, J., Valencia, S. W., & Windschitl, M. (2014). Practice makes practice: Learning to teach in teacher education. *Peabody Journal of Education, 89*(4), 500–515.

Nolan, K. (2012). Dispositions in the Field: Viewing Mathematics Teacher Education Through the Lens of Bourdieu’s Social Field Theory. *Educational Studies in Mathematics, 80* (1-2), 201–216.

Schoenfeld, A. H., & Kilpatrick, J. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. *International handbook of mathematics teacher education, 2,* 321–354.

Skovsmose, O. (1999). Undersøgelseslandskaber. In O. Skovsmose & M. Blomhøj (Eds.), *Kan Det Virkelig Passe?* : LR Uddannelse.

Solem, I. H., & Ulleberg, I. (2013). Hva spør lærere om? En modell for å undersøke spørsmål som stilles i klassesamtalen i matematikk. In H. Christensen & I. Ulleberg (Eds.), *Klasseledelse, fag og danning* (pp. 139–155): Gyldendal Akademisk.

Solomon, Y., Eriksen, E., Smestad, B., Rodal, C., & Bjerke, A. H. (2017). Prospective teachers navigating intersecting communities of practice: early school placement. *Journal of Mathematics Teacher Education, 20*(2), 141-158.

Vedlegg 6 – From emergency sirens to birdsong

From emergency sirens to birdsong

Elisabeta Eriksen[1], Bjørn Smestad[1], Annette Hessen Bjerke[1], Camilla Rodal[1], and Yvette Solomon[2]

[1]Oslo and Akershus University College of Applied Sciences, Norway; elisabeta.eriksen@hioa.no, bjorn.smestad@hioa.no, annette.hessen@hioa.no, camilla.rodal@hioa.no,

[2]Manchester Metropolitan University, UK; y.solomon@mmu.ac.uk

As part of a larger research project, we asked third-year PSTs to reflect on what they had learned about being mathematics teachers in the way of presentations for first-year PSTs. In this article, we analyse these presentations using concepts from Gert Biesta, finding a complex picture of how qualification, socialization and subjectification interact.

Keywords: Preservice Teacher Education, Mathematics Education, Mentors

Introduction

This article presents partial results from a research project examining pre-service teachers' (PSTs) developing identities as mathematics teachers, and, in particular, their experiences of mathematics in school placement. Previously published results from the project report how first-year PSTs value what they learn from mentors in practice more than the 'theoretical' input of the university based courses, not seeing the theoretical knowledge as transferable into teaching practices (Bjerke, Eriksen, Rodal, Smestad, & Solomon, 2013). In one intervention addressing the challenge, third-year PSTs presented to the first-year PSTs films describing experiences of becoming mathematics teachers in the course of the first three years of the programme. In this article, we analyze the third-year PSTs' presentations to understand how they view their own emerging professional identities.

Our research question is: What domains of their educational experiences do PSTs highlight in their presentations of their first three years in mathematics teacher education?

Research background and theoretical underpinnings

While learning to teach is about acquiring professional knowledge and skills, it is also about developing a teacher identity (Haniford, 2010). Adding to the identity work of experienced teachers, PSTs have the responsibility of successfully positioning themselves in relation to their teacher education programmes and cooperating teachers (Haniford, 2010). Identity formation is driven by the individual's goal state of what he/she wants to become (Smeby, 2007). Biesta (2012) discusses these processes under the headings of qualification, socialisation and subjectification, and we choose his concepts as the starting point of our analyses of PSTs' narratives.

For Biesta (2012), all education (including teacher education) is a question of judgement, because educators' decisions about the purpose of what they do occur within domains which may be in synergy with each other but may also be in conflict. He notes three such domains, which interact and overlap: the domains of qualification, socialisation and subjectification.

Qualification is about knowledge, skills and dispositions; socialisation and subjectification can be seen as opposites: while socialisation applies to the induction of novices into existing practices, subjectification denotes how education contributes to a process of individuation, of becoming an independent subject. Educational judgements are underpinned by an understanding of the interdependencies between the three domains. In teacher education, the situation is more complex still: the purpose should not just be PSTs own qualification, socialisation and subjectification, but also to enable PSTs to become ‘educationally wise’, aspiring towards virtuosity in making educational judgements themselves. Such judgements are situated: they are made during the practice of teaching, and cannot be set out in advance, or in general - they are rooted in concrete situations and relate to the need to handle tensions and see possible synergies. To become ‘educationally wise’, one needs experience, together with opportunities to see more experienced others in action, and to discuss those actions in terms of the virtuosity of judgement which underpins them.

Method

The 32 PSTs in this study were enrolled in a four-year programme for primary school teachers (grades 1-7, ages 6-13) in Norway. They had chosen to continue with mathematics beyond the compulsory course spanning the two first years in teacher education, and were asked to look back on their mathematics education course and four school placements and to prepare presentations describing their development as mathematics teachers in grades 1-7. They were asked to reflect on what they know now which would have been good to know in their first year; how they plan their mathematics teaching now compared to in their first year; what they have learned along the way; and what are the pitfalls and experiences to bear in mind for future mathematics teachers.

Six presentations were made - all short films (F1-F6) incorporating line drawings and sometimes photographs, with voice-over commentary and music. Five of the six films were organised as developmental stories from their novice anticipation and preparation of their first placement, to their reflective stance as third-year PSTs. The remaining film focused on four pitfalls for novice PSTs.

To analyse the data, we operationalised Biesta’s (2012) concepts in terms of: descriptions of their knowledge, skills and dispositions; processes and accounts of making educational judgements and justification of judgement; and accounts of being and becoming a mathematics teacher, as exemplified below:

Qualification: References to knowledge, skills and dispositions, processes and practices from the teaching profession.

Socialisation: References to learning and to expectations in the school context.

Subjectification: References to inner feelings, identity and becoming a teacher and to perception of self (as a teacher).

The presentations were transcribed and analysed in several steps. First, they were coded according to Biesta’s terms *qualification*, *socialisation* and *subjectification*, synergies and conflicts between these domains, and professional judgement. Then disagreements among the researchers were resolved, and all presentations were re-read and coded by another member of the group. A decision was made to organise the analysis in two parts - one around PSTs' novice anticipation, and one around their reflective stance in third year. Finally, we re-read each presentation to make sure that important longitudinal messages were not lost in our attempt to organise the analysis in two parts.

Looking back at early experiences in school placement - Emergency sirens

Qualification

In the films, there are a few examples of what PSTs learned in the first year, for instance pieces of 'theory', such as the importance of using multiple representations, giving feedback, and using the "didaktisk relasjonsmodell" (F1) (a hexagon connecting elements relevant for lesson planning: topic, learning objectives, the pupils in that class, etc.). The first-year PSTs are, however, uncertain about how to put the knowledge into practice. The uncertainty about effective use of manipulatives is most usual (F1, F4, F5), but other dilemmas are also identified:

> I also thought about all the theory I learned at university: Piaget's theory of stages of development, Bruner's representation theory and theory of scaffolding, Vygotsky's focus on cooperation and Bandura and his theories on motivation and self-efficacy. How should I use these theories when planning a lesson on fractions? [...] But which pupils should work together: the ones that are on the same level in terms of subject knowledge, or should the strong ones help the weak? (F1)

Several of the films show students meeting concepts as an overwhelming mass of words (Figure 1). At the same time, there are many statements about elements of qualification the PSTs perceive as lacking, both in terms of knowledge ("Do I know enough about this topic?" (F5)) and of processes:

> Just think if I have to explain several ways of doing something, to support conceptual understanding! It won't work. It just won't work. Manipulatives, manipulatives. (F5)

> It's only natural to carry on from where we left off [in the textbook]. It's not like I have other suggestions on what to do from here onwards. (F2)

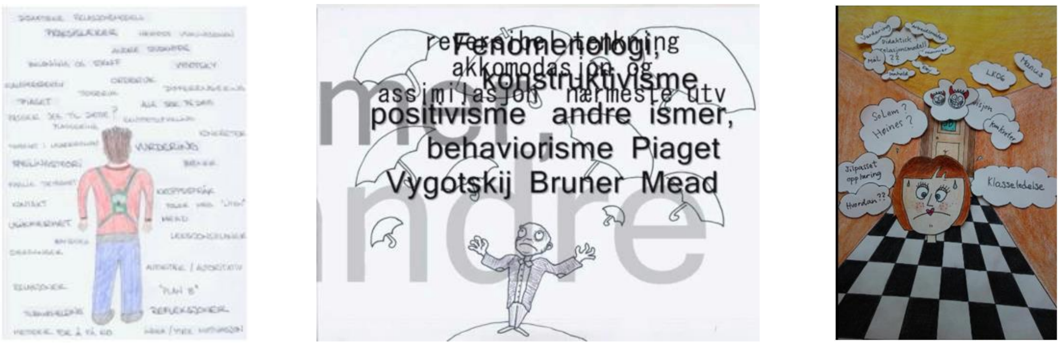


Figure 1: Knowledge in overwhelming amounts in the first year (F1, F4, F5)

Socialisation

The mentor is, naturally, the main role model for students in their first year of teacher education, and the mentor features in most of the (few) examples we find of socialisation when describing the first year. The PSTs are uncertain about what the mentor expects of them, other than using the “didaktisk relasjonsmodell” (mentioned above) which is common in Norway:

> As first-year students we used it [the didaktisk relasjonsmodell] slavishly (F6)

> ...I have to carry on from here [in the textbook], that must be what [the mentor] expects (F2)

The mentor can be viewed as an evaluator:

> Shit! This took the entire hour. The mentor glares at me. It didn’t go as planned. (F3)

However, the anxiety of seeing the mentor write “like there was no tomorrow” is followed by “I had so many questions” - suggesting that the mentor is regarded as a person to ask for advice, as well.

Subjectification

A basis for subjectification is the development of a certain degree of self-confidence. In the description of the first year, we see little self-confidence - uncertainty and fear dominates:

> What if I don’t succeed? (F5)

> I went from being one of the best in mathematics to being perplexed when the pupils asked me questions about the subject. (F1)

Conflicts and synergies between domains

The three domains of education overlap. These non-empty intersections are implicitly present in the films. There are clear examples that a perceived lack of qualification (being overwhelmed by new concepts and by making sense of these in practice) leads to a lack of self-confidence - “I felt unsure and very, very small” (F1) - which we regard as part of subjectification. This can also work the other way: lack of confidence leads to lack in qualification:

> In the first school placement, I struggled a lot with getting the classroom quiet. Subsequently, I thought that this was because I did not feel like a confident and clear classroom manager. (F1)

There can also be a conflict between qualification and subjectification, in the sense that learning more makes you aware of your shortcomings:

> The more I learnt, the more I discovered what I didn’t know. [...] Based on Piaget’s theory I knew most of the pupils were at the concrete-operational stage. But which of Bruner’s representations should I use? [...] Or should I use the strange Cuisenaire rods that I still haven’t really gotten to grips with? (F1)

> Drowned in the curriculum he feels puzzled. What is most important? (F4)

Inside the domain of qualifications there are interactions between elements. In one case, the confidence in mathematics is shaken by the practice of teaching:

> I went from being one of the best in mathematics to being perplexed when pupils asked me questions. (F1)

At the same time, during the first year the process of lesson planning is weighed down by the awareness that there are many considerations to be taken. This is visible in form of the time that goes into writing a lesson plan (shown with clocks in the films), and the number of books that fill the desk in the process (Figure 2).

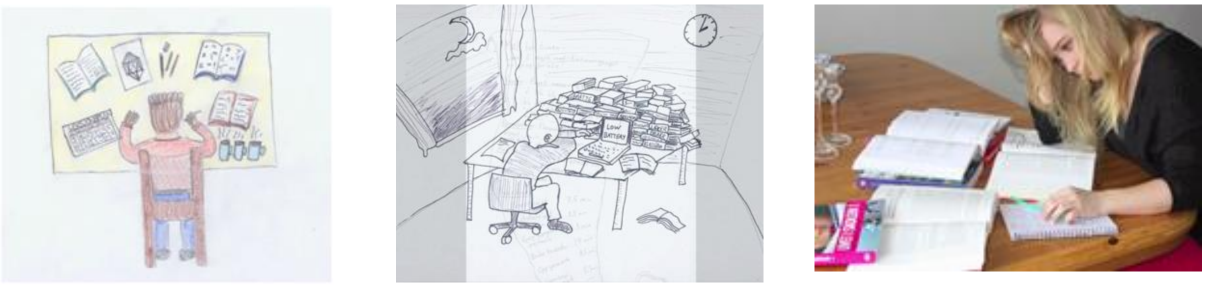


Figure 2: Lesson planning during first-year school placements (F1, F4, F6)

There can be a tension between socialisation and subjectification in meeting the mentor: in one example, the role model (supposed to provide socialisation) is so impressive that the self-confidence suffers:

> The meeting with the mentor was scary. I saw him as a Superman who really knew his work. He was confident, clear and, not the least, had strong subject knowledge. (F1)

In another example, a PST's attempt at making a choice outside of the textbook is struck down by the mentor:

> Hmmm….I think maybe we should stick to the textbook. (F3)

With an emerging sense of agency, the PST questions the mentor's view and asks herself: "Should we always stick to the textbook?" (F3).

To conclude, there are synergies between (a lack of) qualification and (a lack of) subjectification, but also a conflict between qualification and subjectification, as well as between socialization and subjectification.

Practicing educational judgement

Judgement is difficult. A lack of self-confidence leads to a very detailed plan with little room for judgement on-the-fly.

> As a first year PST the plan for the lesson was a long script. We had written word for word what to say throughout the lesson. We were dependent on using this script and could not improvise along the way. We planned even how to explain simple mathematical things that we really knew quite well. Also this is about little experience and confidence in the teacher's role. (F6)

At the same time, a lack of qualification translates into constraints on opportunities for judgement in the process of lesson planning:

> It's natural to continue from where we left off, it's not like I have other suggestions. (F2)

Looking at their recent experiences in school placement - Birdsong

Qualification

Changes from first to third year are visible in all aspects of qualification, from subject knowledge and knowledge of students and teaching, to the practices of teaching. In terms of knowledge, some films refer to knowing more mathematics, but in terms of mathematics pedagogy the films stress that the understanding is deeper, the knowledge can be operationalised to a greater extent.

The process of lesson planning during the first year involved long hours dedicated to the task (F1, F4, F6), and resulted in long scripts produced for each lesson (F4, F6). The films highlight, in comparison, how much quicker lesson planning goes (F1, F6), and how much shorter the scripts become (F1, F4) by third year, but the films give different suggestions on how to take advantage of the reduced burden, from watching TV and playing with the dog (F6) to investing time and energy on the 'frills' of differentiation and using a variety of teaching methods (F1).

Teaching practices out of reach during the first year are now on the agenda (F1): motivating pupils, providing them with opportunities to feel both confident and challenged, seeing the individuals as well as the class as a whole, giving more room to children's contributions, and encouraging enquiry.

Socialisation

The main presence that embodies the socialisation component is the teacher mentor, although some PSTs also mention peers and other colleagues playing a role. At this stage the mentor has transitioned from a feared judge to a colleague (F1), in some cases a role model (F2, F4), although disagreements between the views of PSTs and their mentor may occur, for example regarding the role of textbooks (F3). However, adopting established practices of the teaching community, such as body language (F1) or ways of saying or doing things in the classroom seems to be perceived by PSTs as a sign of having become teacher-like:

> I've even put together extra handouts [for those who might need another type of challenge]. (F2)

Subjectification

Through the journey from first to third year, the PSTs have grown into teachers who are aware that teaching is not just about what you know, it is about making choices about complex situations. As there are no deterministic answers to these dilemmas, neither objectively speaking nor in terms of what is the established way of the teaching community, these choices come down to the individual, they are drawing on the domain of subjectification: "We're more aware that there should be a reason behind our choices" (F4), "I understand my own thoughts" (F5). In their third year, we hear the PSTs stress the importance of trusting their own choices (F1, F2, F4), and being yourself (F2).

Planning lessons is now an altogether more positive experience, described with attributes such as joy, and belief in oneself. Importantly, some of the PSTs realize that becoming a teacher is a continuous process, and experimenting is a part of it:

> Don’t be afraid to try out new things. (F2)

> A lesson plan can never be too good. It’s like a piece of silverware that you take out and polish from time to time. (F4)

Conflicts and synergies between domains

As PSTs become more comfortable as teachers (subjectification), some find reassurance in their theoretical knowledge (qualification) as well as their awareness of what is acceptable among teachers (socialisation):

> Not everything has to be perfect [...]. The theory I used to think about while planning lessons in my first year is now under my skin. (F1)

The routines of teachers (socialisation) also contribute to being more successful in the practices of teaching, such as lesson planning (qualification): “You don’t have to reinvent the wheel (F1)”. There is an aspect of growing confidence (subjectification) when the PSTs reuse lesson plans they have had positive experiences with (F1).

Unlike in their first year, lesson planning in the third year takes less time (F1, F6) and the scripts for the lesson are shorter (F1, F4) or even disappear altogether (“We’ve thrown out the script”, F6). The change is attributed in general to an increase in confidence (subjectification) but in some cases also to an aggregated influence of all three domains:

> … more confident in myself and the mathematics, I know more about the pupils’ level in mathematics, I have become a clear leader, I dare to make mistakes, I am better at dealing with things as they happen. (F1)

In another film, the three domains come together in synergy to express the PSTs’ development:

> By contrast with first year, when we used a lot of the syllabus, we have now more knowledge of the subject and of pedagogy. We’ve become better at making use of our own knowledge, we cooperate more closely with colleagues. (F6)

The way these sentences are linked, makes it possible to interpret it as meaning that better qualification leads to better self-confidence (subjectification) which again leads to better cooperation with others (socialization).

Practicing educational judgement

Increased self-confidence by the third year is not synonymous with knowing just what to do:

> How can I connect algorithms and conceptual understanding? I need to be able to show them different strategies, to be sure as many as possible understand. How many strategies for division are there? Maybe they come with some I haven’t thought of? Maybe some misconceptions will be seen underway? How can I then, in the best possible way, deal with this? (F4)

The difference from the first year is being able to deal with dilemmas, to practice professional judgement, guided by what they see as the goals of teaching:

> There’s still a lot to think about, but I understand my own thoughts now, I know where I’m heading (F5)

This change in the third year when practicing educational judgement features as a defining factor of the PST-mentor relationship at this stage: the detailed scripts for lesson plans, that were in the first year in part written for the sake of the mentor (and in part to boost one's confidence, to feel prepared) are now shorter. A mentor's voice sets expectations:

> Just show me that you are aware of the choices you make, and that you can argue for them (F2)

During the third year, educational judgement is visible in reflections on one's own teaching:

> I've become better at assessing myself, and I can more readily explain what went well and what could have been done better in class (F1)

Teaching analysis draws on and at the same time feeds into the domain of qualification and perhaps also socialization. This way of assessing oneself - and the knowledge that you do it well - can be regarded as an engine for development also past the boundaries of teacher education programmes, it feeds into subjectification.

Concluding remarks

The titles of two subsections of the analysis reflect the soundtrack of a film where the experiences of first- and third-year school placements are introduced with emergency sirens and birdsong respectively. In terms of Biesta's (2012) framework, the overall picture the presentations paint is that, looking back on their first-year school placement, PSTs remember a combination of a lack of qualifications, unclear expectations from mentors and low self-confidence. The fear many PSTs report on, seems rooted in their low self-confidence and the unclear expectations. Although first-year PSTs are allowed to try different approaches and to fail, the same combination of a lack of repertoire, uncertainty of the mentor's role and lack of self-confidence holds them back. By the third year their qualifications have increased, their role as PSTs is clearer and their self-confidence has grown. Because of this, they also find themselves practicing educational judgement more often.

While teacher education can and should make explicit what is expected of PSTs in their school placement, it cannot rush becoming educationally wise. However, we hypothesise that creating spaces where first- and third-year PSTs can discuss their experiences would contribute to the domain of socialisation and subjectification for both groups. Analyzing the students' contributions in terms of Biesta's concepts reveal the complex relationships between qualification, socialization and subjectification in teacher education. The three domains are interdependent, with conflicts and synergies which influences PSTs overall experience. More insight into these conflicts and synergies may contribute to better understanding of PSTs' experiences of their school placements.

References

Biesta, G. (2012). Becoming educationally wise: Towards a virtue-based approach to teaching and teacher education. In A. L. Østern, K. R. Smith, T. Krüger & M. B. Postholm (Eds.), *Teacher education research between national identity and global trends NAFOL Year Book 2012* (pp. 29-53). Trondheim: Akademika Publishing.

Bjerke, A. H., Eriksen, E., Rodal, C., Smestad, B., & Solomon, Y. (2013). A Tripartite Cooperation? The Challenges of School-University Collaboration in Mathematics Teacher Education in Norway. *Proceedings of the International Groups for the Psychology of Mathematics Education, (2)*.

Haniford, L. C. (2010). Tracing one teacher candidate's discursive identity work. *Teaching and Teacher Education*, *26*(4), 987-996.

Smeby, J. C. (2007). Connecting to professional knowledge. *Studies in Higher Education*, *32*(2), 207-224.

Vedlegg 7 – Visualization of fractions – a challenge for pre-service teachers?

Visualization of fractions – a challenge for pre-service teachers?

Ellen Konstanse Hovik[1] and Camilla Markhus Rodal[2]

[1]Oslo Metropolitan University, Norway; ellehov@oslomet.no

[2]Oslo Metropolitan University, Norway; camilro@oslomet.no

Most pre-service teachers (PSTs) are familiar with the algorithm for addition of fractions. The work for teacher education is to help PSTs to "unpack" the algorithm in order to gain breadth and depth in their understanding. In this paper, we investigate which representations PSTs prefer to use when asked to visualize and explain addition of fractions on a national exam in Norway. We discuss in which ways they demonstrate why and how the standard algorithm works. Our analysis shows that the PSTs prefer to illustrate the sum of two fractions using the sub-construct part-whole in a rectangle shaped area model.

Keywords: visualization, explanation, fractions, pre-service teachers

Introduction

There is a widespread agreement that teachers need a certain understanding of mathematics in order to explain not only *how*, but also *why* different approaches work. Therefore, in teacher education by focusing on different methods of representation in the learning of mathematics topics, PSTs will be better able to analyse and understand their pupils' mathematical thinking and thereby be able to provide the best possible support and help in their teaching (Ma, 2010; Lovin, Stevens, Siegfried, Wilkins, & Norton, 2016). Through a national exam, PSTs at all of Norway's teacher education institutions are tested to find out whether they possess such knowledge, for example of fractions.

We will investigate which methods Norwegian PSTs undertaking the national exam, choose to use when asked to illustrate and explain addition of fraction to pupils in school. Our research questions are: Which representations do the PSTs prefer to use? In which ways do they demonstrate why and how the algorithm works?

Research background and theoretical underpinnings

There is broad agreement that many pupils find the concept of fractions and calculations with fractions problematic. "*Fractions are without doubt the most problematic area in mathematics education*". (Streefland, 1991, p. 6). One reason for this could be the great conceptual leap from whole numbers to fractions (Ni & Zhou, 2005; Lamon, 2012). Another reason may be the introduction of algorithms without understanding (Mack, 1993), or too little variation in forms of representation (Sowder, 1998). A third reason for pupils' difficulties could be the complexity of the concept of fractions.

Fractions can be interpreted in different ways. In conceptual terms, fractions can be seen as both the ratio between two whole numbers and as one number. Behr, Lesh, Post, and Silver (1983) describe five sub-constructs: *part-whole, ratio, quotient, operator* and *measure*. A too narrow focus on only one sub-construct of fractions can lead to inadequate understanding (Behr et al., 1983). Although fractions as a part-whole seems more concrete than, for example, fractions as a measure, this sub-construct has its limitations, particularly when the fraction is greater than one (Mack, 1993).

It is possible to use individual forms of representation or a combination of several. When teachers present fractions to their pupils, it is important that they are aware of the strengths of different representations and how they can work together to reinforce each other. Lesh, Post, and Behr (1987) propose five different forms of representation: *manipulative models, static pictures, real scripts, spoken language* and *written symbols*. These forms of representations apply to all sub-constructs of the fraction concept. A single focus on the sub-construct part-whole can lead teachers to use solely representations such as rectangles, circle sectors or other variants of area models. From naming fractions as parts of areas to identifying fractions as points on the number line is a significant turning point for pupils. They have to understand that, on the number line, the whole is defined as the interval from 0 to 1 (Ball, 2017). Freudenthal (1973) describes the number line as "the most valuable tool (…) it can be an excellent means of visualizing the four main arithmetical operations".

How teachers choose to teach can vary greatly from teacher to teacher. Ma (2010) states that it is important for teachers to have what she describes as a "*profound understanding of fundamental mathematics* (PUFM)". A teacher with PUFM can present different and varied approaches to a solution, in addition to seeing the advantages and disadvantages of the approaches and is able to offer different explanations to the pupils, focusing on basic concepts and principles of mathematics, and demonstrating horizontal knowledge. A teacher with such qualities shows understanding and sees connections in mathematics in a thorough manner, which can result in greater understanding both in breadth and in depth for the pupils.

In the article "*Toward a theory of proficiency in teaching mathematics*", Schoenfeld and Kilpatrick (2008) present a provisional framework for proficiency in the profession, where "*Knowing school mathematics in depth and breadth*" is the first category. Breadth refers to teachers being able to provide multiple ways of conceptualising relevant subject matter knowledge, knowing varied forms of representation, understanding key aspects of the different topics and seeing connections with other topics at the same level. Depth refers to knowledge about the basis for and further development of the curriculum in the subject and knowledge of how mathematical ideas are conceptually developed.

Method

We have collected our material from 114 PSTs' answers on the national exam in fractions in spring 2017. The exam is compulsory and is held by all institutions during the semester in which the primary and lower secondary teacher education programmes have fractions on their course plan. The exam consists of 20 tasks, we have focused on one of the tasks.

The exam question we have analysed: *Draw an illustration with an explanation that can be used in primary and lower secondary schools to show the solution to the problem* $\frac{3}{5}+\frac{1}{2}$.

It is important that the examiners grade the papers as similarly as possible. For this reason, a team of examiners from different institutions was established. They made grading guidelines pointing out which answers should give two, one or zero points:

> To be awarded two points, the candidate must include an illustration with a good explanation either by using fractions or by converting to decimal numbers and arrive at the correct solution. If the answer is greater than 1, it is most appropriate to use a length/number line model, but other models for fractions can also be used. To be awarded one point, the candidate must find the correct solution to the problem but provide an illustration or explanation with shortcomings. Answers that only include algorithmic calculations are awarded zero points. (Our translation) (NOKUT, 2017).

Additionally, all answers were graded by two examiners chosen by the Norwegian Agency for Quality Assurance in Education (NOKUT).

We have analysed 114 answers, which constitutes approximately 10% of all the answers in the exam. The answers are anonymised with respect to both the PSTs identity and what institution they are affiliated to. This was done before the answers were coded. The 114 answers are therefore randomly selected and can be said to represent primary and lower secondary PSTs in Norway.

We coded the answers in two rounds (shown in Table 1 and 2). The codes were entered in SPSS together with the points awarded by the examiners and analysed. We were both involved in grading the submissions in the national exam. Experience from this work, combined with the grading guidelines and Lesh et al.'s (1987) five different forms of representation formed the basis for our initial codes (Table 1). In the first round of coding, we used three different codes for the models: *Area model rectangle, area model sector and number line*. The code "*good explanations of transition to a common denominator*" is used for a written text that explains the transition to the common denominator by combining the static picture of the models with the calculation. The initial coding revealed a need for a more detailed coding of the methods of explanation, particularly the use of illustrations, language and how they worked together. In the second round of coding, we therefore reviewed all answers that had been awarded one or two points (Table 2).

Results and analysis

We started the analysis by looking at all the 114 answers. Of these, 65 candidates were awarded two points by the sensor team from NOKUT, 34 were awarded one point and 15 got zero points. The answers that were awarded zero points contained purely algorithmic calculations or had arrived at the wrong answer and were for that reason left out for the rest of the analysis, leaving us with 99 answers. In the first phase of coding, we focused on different illustration methods and solution strategies. Using the codes given in Table 1 we wanted to see how the different models/forms of representation were distributed. In Table 1, we distinguish between those who were awarded two and those awarded one point by the examiners chosen by NOKUT. We wanted to see if there were any evident differences.

Strategies, models and representations used	**Two points (65)**	**One point (34)**
Changing to common denominator	51 (79%)	29 (85%)
Changing to decimal numbers	1	0
Number line	2	1
Area model rectangle	58 (89%)	27 (79%)
Area model sector	4	4

Draws one tenth as part of the whole	44 (68%)	10 (29%)
Good explanation of transition to a common denominator	36 (55%)	4 (12%)

Table 1: Coding results – first round

Table 1 shows that some of the main differences between those awarded two points and those awarded one point are whether they have included a good explanation of how to find the common denominator and whether they illustrate one tenth as part-whole. This indicates that the PSTs rewarded two points show a depth and breadth in their understanding of this particular task (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008). The form of representation preferred by most of the PSTs, regardless of the points they received, is the rectangle. Very few PSTs choose to use sectors and even fewer use a number line.

As many as 51 of the 65 answers that were awarded two points, have been coded with a good explanation of how to find the common denominator. 25 of the 51 answers are coded for both a good explanation of how to find the common denominator and the conversion to the common denominator. This shows that many PSTs find the common denominator without linking it to a good contextual or visual explanation of the conversion itself. Nearly all the answers (33 of 36) that were coded for a good explanation of how to find the common denominator use a rectangle to illustrate this. This could indicate that this way of illustrating the problem is regarded as a suitable way of explaining the need for a common denominator. Rectangles are easy to divide into equally sized congruent parts that can then be added together.

Amongst the PSTs awarded one point, 85% find the common denominator. This could be due to the fact that PSTs who use a visual explanation of the addition without proceeding through the calculation of the common denominator are awarded two points (for an example of such an answer, see Figure 4). The exam text does not require them to find the common denominator. Here as well, we see that the four PSTs (Table 1) who have been coded for a good explanation of how to find the common denominator have used a rectangle. One explanation for them, nonetheless only being awarded one point, could be that they do not draw the proper fraction part of the mixed number in the correct way. Instead, they choose to draw a separate part without linking it to the whole.

During the first round of coding (show in Table 1), we saw that many PSTs use illustrations to show the calculations they have made, rather than the other way around. For example, some use illustrations to show the need to divide the rectangles into equal parts to be able to perform the addition. After analysing the answers based on which strategies and models/forms of representation are used, we saw a need to further examine whether the PSTs based their answer on an arithmetic calculation and how they choose to illustrate the algorithm. During the second round of analysis, we therefore looked more closely at the connections in the explanations, whether algorithms are generated or only presented and what role the illustrations and textual explanations play. By algorithm, we mean the following calculation method:

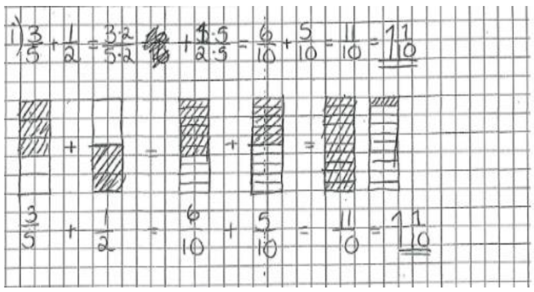
$$\frac{3}{5}+\frac{1}{2}=\frac{3\cdot 2}{5\cdot 2}+\frac{1\cdot 5}{2\cdot 5}=\frac{6}{10}+\frac{5}{10}=\frac{11}{10}$$

Codes	**Explanation of the codes**	**Number of respondents**
A1	Illustrates the whole calculation	20

A2	Illustrates the common denominator and the answer	19
A3	Illustrates only the answer	3
A4	Good written explanation of the calculation	17
A5	Illustrates the calculation, not the answer	3
A6	Illustrates the task and the answer	10
A7	Illustrates only the task	4
B	Generates the algorithm	7
C	Good visual and written explanation. Without arithmetic calculation	19
C2	No good explanation, no arithmetic calculation	19

Table 2: Coding results – second round

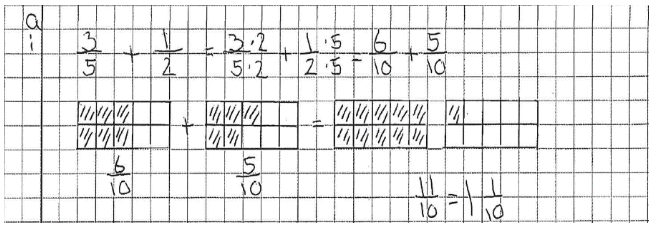
Table 2 shows that there is variation in the methods of explanation among the 99 answers, where we see that different variants of code A are the most common. These PSTs have calculated the common denominator by using the algorithm and have illustrated the whole or some of the steps of the algorithm. Figure 1 shows an example where all the steps are illustrated. This PST has first shown detailed arithmetic calculations and repeated them under the rectangles. The PST has also included a good written explanation. This is an example of the three different representations working together. According to Ma (2010), different approaches such as arithmetic, illustration and a good explanation of how to solve the problem are important. The drawings and text underline and confirm the calculation without deriving the calculation method.



Text: What I have done is to draw big 'boxes' of equal size divided into $\frac{3}{5}$ and $\frac{1}{2}$. To solve this, we must first find the common denominator and I have therefore drawn up two boxes and divided them into 10 sections, as this is the common denominator of both fractions. We then shade the number of sections that are in the nominator and add these to find out that the answer will be $1\frac{1}{10}$.

Figure 1: Answer paper coded A1

In the second round of analysis, we saw that some PSTs illustrated the calculation and answer, but not the problem, before expanding the fractions. Figure 2 shows an answer where the 'last part' of the algorithm is illustrated. There is no visual generation of the algorithm itself, it does however give a good illustration of the answer. The PST manages to convey that it is more than a whole. The problem with choosing an area model in the illustration of a task where the answer is an improper fraction, is to illustrate it in a way that makes it easy for the pupils to see that it is 1/10, and that the tenths are clearly shown in the illustration. This PST has also used a real-life context in the written explanation, as described by Lesh, Post and Behr (1987).



Text: Ola has 6/10 of a bar of chocolate. He gets 5/10 of a bar of chocolate from Kari. He is then left with 11/10, which is a whole bar of chocolate plus 1/10.

Figure 2: Illustration showing the common denominator and solution, coded A2

As shown in Table 1, most PSTs choose to use rectangles in their illustrations. We find some interesting differences in those answers who drew rectangles divided into equal sized smaller rectangles. As shown in Table 2, different steps of the calculation are illustrated. During our work on the analysis, we also saw examples of lack of clarity in relation to equivalent fractions. An example is shown in Figure 3, two rectangles, described as fifths and halves, are divided into 10 parts. Ma (2010) emphasises that it is important to work thoroughly on connections with breadth and depth. For pupils, it is difficult to see this connection if they do not know that 6/10 is equivalent to 3/5. Then the illustration in Figure 3 will be hard to understand.

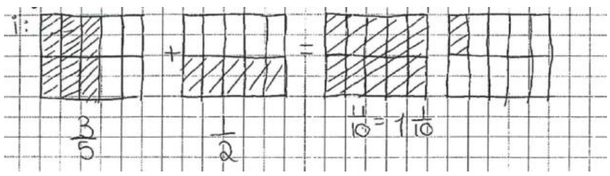


Figure 3: Example of tenths being referred to as fifths and halves.

The task in this national exam does not specifically ask for the algorithm and we used the codes C and C2 for the answers without the algorithm (C or C2 depending on how good the explanation/illustration is). Figure 4 shows an answer where the PST illustrates and explains well without showing the algorithm arithmetically (Code C). The answer, together with the explanation, demonstrates a breadth and depth of understanding, highlighting how the PST can vary the forms of representation used, and use them to complement each other. Both Ma (2010) and Schoenfeld and Kilpatrick (2008) describe these as important elements in showing good understanding.

Text: First, I draw a rectangle, then I divide it into 10 equal parts and shade $\frac{3}{5}$ of them, which is 6 of the parts. Then I draw a similar rectangle, with just as many and equally large parts and shade ½ of these, i.e. 5 parts. When I add the shaded parts, I find that I get a full rectangle where all 10 parts are shaded and a rectangle with the same amount of parts of equal size, where only one is shaded. The answer will then be $1\frac{1}{10}$

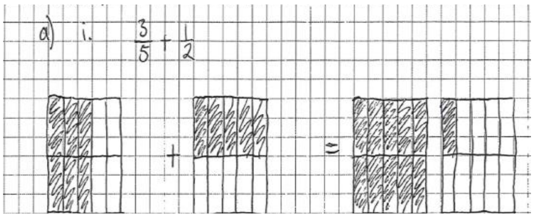


Figure 4: Good explanation of the steps of the calculation, coded C

Very few students choose to interpret the task in such a way that there is a need to generate the algorithm, for example using an inductive approach where the need for the algorithm 'makes itself known'. Such an approach has been coded B. This code has been difficult to use since most students start their written response by showing the algorithmic calculation.

Concluding remarks

These analyses show that PSTs in Norwegian teacher education programmes prefer to illustrate the sum of two fractions using rectangles and the sub-construct part-whole. This finding is in conflict with what the grading guidelines suggest as most natural, namely using a length/number line model. The PSTs prefer to use an arithmetical representation and a written text in addition to the illustration. Most of them starts with the arithmetical calculation before they explain the steps further with the other two representations.

The fact that so few PSTs chose other forms of representation than the area model rectangle could be because the PSTs as a group have not developed the qualities that Ma (2010) describes as important for becoming a teacher with PUFM, namely the ability to vary approaches to solving a problem. It could well be the case that the PSTs are familiar with the different sub-constructs of fractions, but that many of them regard the area-model rectangle as the best illustration for explaining addition of fractions with different denominators to pupils. The rectangle model is easier to divide efficiently than for example the area model sector. We see that many PSTs point out that they divide the rectangles into equal parts (Figure 1 and Figure 4). As seen in Figures 1 – 4 the examination paper delivered from NOKUT to all PSTs during the exam has grid lines. This might also have led some of the PSTs to the use rectangles. Although most PSTs use the rectangle as an illustration, the analysis shows great differences in how this is done. Some of them illustrate all the steps, from the calculation to the answer, while others only illustrate how they find the common denominator or only illustrate the task (Table 2).

There were also major variations in the ways the PSTs show how and why the algorithm works, not only between PSTs awarded one or two points for this particular task in the national exam, but also within the group that received two points. In teacher education, the PSTs encounter concepts such as forms of representation and solution strategies, and they work on examples where they combine these in order to help pupils understand fractions. If you calculate the common denominator and then illustrate this calculation with a rectangle, it will be possible to see that they work together because the illustration underpins the calculation and provides a visual expression of the calculation.

Because of the way in which this particular task is worded, it could be understood to mean that the illustration should generate the algorithm (Code B), and that the need for a common denominator can be apparent from an illustration. This approach could entail an interpretation of the illustration as a tool for helping pupils discover the need of equal parts before the algorithm is presented. Very few PSTs interpreted the task in this way. This suggests that they currently lack the mathematical understanding that breadth and depth proficiency in school mathematics entails (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008). At the same time, some of those who start to show the calculation of the answer have good illustrations and good explanations (Code A4, Table 2) and are close to generating an algorithm. Many of the answers contain strategies and representations that can serve as support for pupils who are working on the addition of fractions with different denominators, which is after all promising for the teachers of the future. On the other hand, maybe the reason that so many PSTs respond in a similar way to this task is that they see it as an algorithm for “illustration with an explanation”.

Our material is collected from a written school exam, which has its limitations when it comes to identifying breadth and depth in the PSTs knowledge. Among other things various forms of representation like the oral explanation, and the gesticulation and dialogue that are part of a teaching situation are lost. It is also important to emphasise that the PSTs in our study are halfway through a learning process and that they still have several years to go before they are qualified teachers.

References

Ball, D. L. (2017). Uncovering the special mathematical work of teaching. In *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education* (pp. 11-34). New York: Springer.

Behr, M., Lesh, R., Post, T. & Silver, E. (1983). Rational number concepts. I R. Lesh & M. Landau (Red.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (s. 91-125). New York: Academic Press.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Riedel.

Lamon, Susan J. (2012). *Teaching fractions and ratios for understanding. Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers*. (3. utgave). New York: Routledge

Lesh, R., Post, T. & Behr, M. (1987). Representations and Translations among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving. I Claude Janvier (Red.) *Problems of Representations in the Teaching and Learning of Mathematics.* (s. 33-40). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Lovin, L. H., Stevens, A. L., Siegfried, J., Wilkins, J. L., & Norton, A. (2016). Pre-K-8 prospective teachers' understanding of fractions: An extension of fractions schemes and operations research. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1-29.

Ma, L. (2010). Knowing and Teaching Elementary Mathematics. *Teachers`Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United states (s.118- 124).* New York: Routledge

Mack, N.K. (1993). Learning fractions with understanding. The case of informal knowledge. In T. P. Carpenter, E. Fennema, & T. A. Romberg (Eds.), *Rational numbers: An integration of research* (s. 85-106). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Ni, Y., Zhou Y.D. (2005). Teaching and Learning Fractions and Rational Numbers: The Origins and Implications of Whole Number Bias. *Educational Psychologist*, 40(1), 27-52

NOKUT (2017). *Assessment guidelines.* Retrieved from: Internal document

Schoenfeld, A. H., & Kilpatrick, J. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. *International handbook of mathematics teacher education*, *2*, 321-354.

Sowder, J. T. (1988). Mental computation and number comparisons: The role in development of number sense and computational estimation. I J. Hiebert & M. Behr (Red.), *Number concepts and operations in the middle grades* (s.182–197). Reston, VA: Lawrence Erlbaum and National Council of Teachers of Mathematics.

Streefland, L. (1991). *Fractions in Realistic Mathematics Education. A Paradigm of Developmental Research.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.